

Brähler, Gernot; Bensmann, Markus; Emke, Anna-Lena

Book

Der Einsatz mathematisch-statistischer Methoden in der digitalen Betriebsprüfung

Ilmenauer Schriften zur Betriebswirtschaftslehre, No. 4/2010

Provided in Cooperation with:

Technische Universität Ilmenau, Institut für Betriebswirtschaftslehre

Suggested Citation: Brähler, Gernot; Bensmann, Markus; Emke, Anna-Lena (2010) : Der Einsatz mathematisch-statistischer Methoden in der digitalen Betriebsprüfung, Ilmenauer Schriften zur Betriebswirtschaftslehre, No. 4/2010, VERLAG proWiWi e.V., Ilmenau, <https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2011200317>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/55680>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

4/2010

Der Einsatz mathematisch-statistischer Methoden in der digitalen Betriebsprüfung

Gernot Brähler, Markus Bensmann,
Anna-Lena Emke

Ilmenauer Schriften zur
Betriebswirtschaftslehre

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übertragung, des Nachdrucks und der Vervielfältigung des Buches oder Teilen daraus, bleiben vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© VERLAG proWiWi e. V., Ilmenau, 2010

Ilmenauer Schriften zur Betriebswirtschaftslehre
www.tu-ilmenau.de/is-www

Herausgeber:

Univ.-Prof. Dr. rer. pol. habil. Norbert Bach, Univ.-Prof. Dr. rer. pol. habil. Gernot Brähler, Univ.-Prof. Dr. rer. pol. habil. Gerrit Brösel, Univ.-Prof. Dr. rer. pol. habil. Katja Gelbrich, Prof. Dr. rer. pol. David Müller, Univ.-Prof. Dr. rer. pol. habil. Rainer Souren

ISSN 1866-2145 (Druckausgabe)

ISSN 2192-4643 (Online)

ISBN 978-3-940882-23-3 (Druckausgabe)

URN urn:nbn:de:gbv:ilm1-2011200317

Ilmenauer Schriften zur
Betriebswirtschaftslehre
4/2010

Der Einsatz mathematisch-statistischer Methoden in der
digitalen Betriebsprüfung

Gernot Brähler¹, Markus Bensmann², Anna-Lena Emke³

¹ Univ.-Prof. Dr. rer. pol. habil. Gernot Brähler, Steuerberater,
Leiter des Fachgebiets Steuerlehre/Prüfungswesen an der TU Ilmenau

² Dipl.-Kfm. Markus Bensmann, Wissenschaftlicher Mitarbeiter des Fachgebiets
Steuerlehre/Prüfungswesen an der TU Ilmenau

³ Anna-Lena Emke, Bachelorstudentin im Studiengang Medienwirtschaft an der TU Ilmenau

Vorwort

Eine Vielzahl von spektakulären Bilanzskandalen im In- und Ausland wie z.B. Flowtex in 2000, Enron in 2001, World Com in 2002 oder Comroad in 2002 haben in den letzten Jahren das Vertrauen in die Aussagekraft der Abschlussprüfung erschüttert. Immer wieder stellt sich dabei die Frage, ob Betrugsfälle dieser Art nicht früher hätten erkannt werden können.

Um ihre Abschlussprüfungen verlässlicher gestalten zu können, wird bereits seit längerem in der Betriebsprüfung der Finanzämter auf mathematisch-statistische Methoden wie bspw. die sogenannte Benford-Analyse zurückgegriffen, um dolose Handlungen leichter und effizienter erkennen zu können. Mit Hilfe dieser Auswertungen werden Ziffern auf bestimmte Muster untersucht. Durch entsprechende Analysen ist es möglich, Bilanzmanipulationen aufzudecken.

Aufgrund der hohen Relevanz dieser Thematik hat das Fachgebiet für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, insbesondere Steuerlehre/Prüfungswesen im Sommersemester 2010 hierzu eine Bachelorarbeit unter dem Titel „Der Einsatz mathematisch-statistischer Methoden in der digitalen Betriebsprüfung“ an Frau Anna-Lena Emke vergeben.

Der folgende Beitrag ist auf Grundlage dieser Bachelorarbeit entstanden.

Ilmenau, im Oktober 2010

Gernot Brähler

INHALTSVERZEICHNIS

Abbildungsverzeichnis	II
Tabellenverzeichnis	III
Symbolverzeichnis.....	IV
Abkürzungsverzeichnis	V
1. Einleitung	1
2. Grundlagen der digitalen Betriebsprüfung.....	4
3. Mathematisch-statistische Testverfahren	8
3.1 Der Einsatz von Wahrscheinlichkeitstests in der steuerlichen Betriebsprüfung	8
3.2 Benford's Gesetz.....	9
3.2.1 Hintergründe.....	9
3.2.2 Grundaussage	12
3.2.3 Voraussetzungen.....	13
3.2.4 Mathematische Ausführungen.....	14
3.2.5 Eigenschaften	15
3.2.6 Erläuterungen	17
3.3 Chi-Quadrat-Anpassungstest	18
3.3.1 Allgemeines	18
3.3.2 Voraussetzungen.....	20
3.3.3 Durchführung	21
3.3.4 Auswertung.....	22
4. Rechtsprechung	24
5. Grenzen	26
6. Zusammenfassung und Ausblick	28
Literaturverzeichnis.....	31
Verzeichnis der Internetquellen.....	36
Rechtsprechungsverzeichnis.....	37

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Abbildung 1	Angabe in Prozent über die Häufigkeit der Ziffern „1“ bis „9“ als führende Ziffer	11
Abbildung 2	Ein Versuch mit Google	12
Abbildung 3	Benford- und Hill-Verteilung	18

TABELLENVERZEICHNIS

Tabelle 1	Erwartete Benford-Verteilung für die ersten vier Stellen einer Zahl	15
Tabelle 2	Chi-Quadrat-Verteilung unter Angabe der Freiheitsgrade und der Irrtumswahrscheinlichkeiten	22
Tabelle 3	Wahrscheinlichkeiten für eine zufällige und besondere Ursache des χ^2 -Wertes	23

SYMBOLVERZEICHNIS

B_i	Beobachtete absolute Häufigkeit
E_i	Erwartete absolute Häufigkeit
X^2	Wert der Prüfgröße
P	Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Ziffer
b	Basis
d	Jeweilige Ziffer
i	Laufparameter für alle Merkmalsklassen
n	Freiheitsgrade
s	Frei wählbare Konstante
v	Anzahl der Merkmalsklassen
α	Irrtumswahrscheinlichkeit

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

Abs.	Absatz
AO	Abgabenordnung
Aufl.	Auflage
Az.	Aktenzeichen
BFuP	Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis (Zeitschrift)
BGH	Bundesgerichtshof
BuW	Betrieb und Wirtschaft (Zeitschrift)
bzw.	Beziehungsweise
CD	Compact Disk
d. h.	das heißt
DBW	Die Betriebswirtschaft (Zeitschrift)
DStR	Deutsches Steuerrecht (Zeitschrift)
DStZ	Deutsche Steuerzeitung (Zeitschrift)
DVD	Digital Versatile Disk
FG	Finanzgericht
GDPdU	Grundsätze zum Datenzugriff und zur Prüfbarkeit digitaler Unterlagen
hrsg.	herausgegeben von
IDEA	Interactive Data Extraction Analysis
KPMG	KlynveldPeatMarwickGoerdeler
NJW	Neue Juristische Wochenschau (Zeitschrift)
No.	Number
Pdf	portable document format
Stbg	Die Steuerberatung (Zeitschrift)
StBp	Steuerliche Betriebsprüfung (Zeitschrift)
Tif	tagged image file format
u. a.	unter anderem
USA	United States of America
Vgl.	Vergleiche
Vol.	Volume
WPg	Die Wirtschaftsprüfung (Zeitschrift)
z. B.	zum Beispiel

1. EINLEITUNG

„A“ schließt mit „B“ folgende Wette ab: „B“ darf eine Seite aus einem beliebigen Buch mit Zahlentabellen auswählen. Anschließend werden die auf dieser Seite abgebildeten Zahlen genauer betrachtet. Beginnt eine Zahl mit der Ziffer 4 oder einer höheren Ziffer, bekommt „B“ einen Euro. Beginnt eine Zahl mit der Ziffer 1, 2 oder 3, verliert „B“ im Gegenzug einen Euro an „A“.

B geht auf die Wette ein, da er von einer Gewinnchance von über 60 % ausgeht. „B“ wählt daraufhin die Seite 333 aus dem Fischer Weltalmanach von 2008.¹ Hier sind in einer Tabelle die Fläche, Bevölkerung und Bevölkerungsdichte von Mexiko angegeben. Von den 99 Werten in dieser Tabelle beginnen nur 44 mit einer 4 oder einer höheren Ziffer. Anstatt wie erwartet zu gewinnen, verliert „B“ somit 11 Euro.²

„B“ unterliegt dem Irrtum, dass alle Ziffern von „1“ bis „9“ mit der gleichen Wahrscheinlichkeit als erste Ziffer einer Zahl erscheinen. Wenn er nun aber bspw. die Natur etwas genauer betrachtet hätte, wäre ihm aufgefallen, dass es mehr Sandkörner als Steine und mehr Steine als Berge gibt³. Es gibt also mehr kleine Objekte als große.

Schon im Jahr 1881 entdeckte der Astronom Simon Newcomb in den USA ein ähnliches Phänomen. Beim Betrachten einer Logarithmentafel⁴ fiel ihm auf, dass die vorderen Seiten, welche die niedrigen Anfangsziffern abbilden, viel abgenutzt waren als die hinteren. Er schloss daraus, dass mehr Zahlen mit einer niedrigen Ziffer beginnen als mit einer hohen Ziffer. Newcomb entwickelte eine Formel, mit der die Häufigkeit einer Zahl als erste Ziffer bestimmt werden konnte und veröffentlichte darüber eine Notiz.⁵ Diese Notiz fand allerdings erst Beachtung, als Frank Benford im Jahr 1938 in einer Untersuchung zu den gleichen Ergebnissen kam. Er beließ es allerdings nicht bei dieser Entdeckung, sondern überprüfte sie anhand einer Vielzahl von Tabellen. So fand Benford heraus, dass die „1“ als erste Ziffer mit der hohen Wahrscheinlichkeit von 30,1 % vorkommt. Demnach konnten die anderen Ziffern auch nicht

¹ Fischer Weltalmanach 2008, Zahlen-Daten-Fakten, 49. Aufl., Frankfurt am Main 2007, S. 333.

² In Anlehnung an Posch, Peter N. : Ziffernanalyse in Theorie und Praxis, Testverfahren zur Fälschungsaufspürung mit Benfords Gesetz, Aachen 2005, S. 1, der inspiriert wurde von Weaver, Warren, Lady Luck. The Theory of Probability, ungekürzte Neufassung 1982, Dover Publications, S. 271-272.

³ Vgl. Lemons, Don, On the numbers of things and the distribution of first digits, in: American Journal of Physics, Vol. 54, 1986, S. 816-817.

⁴ Logarithmentafeln waren früher ein wichtiges Rechenhilfsmittel ohne die viele Berechnungen in der Schulmathematik, z. B. das Ziehen von schwierigen Wurzeln, nicht durchgeführt werden konnten.

⁵ Vgl. Newcomb, Simon, Note on the Frequency of Use of the Different Digits in Natural Numbers, in: American Journal of Mathematics, Vol. 4, No. 1, 1881, S. 39-40.

mehr gleichverteilt sein, sondern die Wahrscheinlichkeit nahm mit wachsender Zifferngröße rapide ab, so dass die „9“ nur noch mit einer Wahrscheinlichkeit von 4,6 % als erste Ziffer auftrat. Somit lag die „1“ als erste Ziffer 6,5mal häufiger vor als die „9“.⁶

Ein Zusammenhang zwischen dieser Entdeckung (dem sogenannten Benford's Gesetz) und dem Thema „Der Einsatz mathematisch-statistischer Methoden in der digitalen Betriebsprüfung“ wurde durch die Analyse von etwa 200.000 Steuererklärungen durch Mark Nigrini hergestellt. Er fand auf diese Weise heraus, dass die untersuchten Steuererklärungen ebenfalls Benford's Gesetz folgten.⁷ So macht sich auch die Finanzverwaltung heute diese Erkenntnisse zu Nutze, indem sie Steuererklärungen und Rechnungsdaten von Unternehmen mit Hilfe der Ziffernanalyse auf Unregelmäßigkeiten überprüft. Auffällige Abweichungen können dabei Hinweise auf Manipulation der Daten liefern und erfordern eine genauere Überprüfung.

Nachdem Unternehmen wie Enron, Worldcom, Comroad und Flowtex in den letzten Jahren durch ihre „kreative Buchführung“⁸ aufgefallen sind, hat das Vertrauen der Öffentlichkeit in die Effektivität der Abschlussprüfung stark gelitten.⁹

Die eigentliche Zuständigkeit zur Aufdeckung oder Vermeidung von Fraud¹⁰ liegt zwar beim Management eines Unternehmens; in den genannten Fällen war dieses aber selbst als Täter oder Mittäter involviert. Infolgedessen wurden in der Öffentlichkeit die unzureichenden Prüfungsleistungen der Wirtschaftsprüfer als eine der Ursachen für die Nicht-Aufdeckung von Betrügereien gesehen.¹¹ Angesichts dieser Tatsachen rückt „ein Randaspekt der täglichen Revisionsarbeit“¹², die Aufdeckung von Wirtschaftskriminalität, immer stärker in den Vordergrund.

⁶ Vgl. Benford, Frank, The Law of Anomalous Numbers, in: Proceedings of the American Philosophical Society, Vol. 78, No. 4 (1938), S. 551-572.

⁷ Vgl. Nigrini, Mark, A Taxpayer Compliance Application of Benford's Law, in: Journal of the American Taxation Association 18, 1996, S. 72-91.

⁸ Eine kreative Buchführung ist die Schönung (seltener: Trübung) von Bilanzen mit buchhalterischen Tricks, Verschleiern der Finanzlage des Unternehmens, um es besser oder schlechter als in Wirklichkeit dastehen zu lassen. (Quelle: www.onulpson.de)

⁹ Vgl. Schruoff, Wienand, Neue Ansätze zur Aufdeckung von Gesetzesverstößen der Unternehmensorgane im Rahmen der Jahresabschlussprüfung, in: WPg 05/2005, S. 207.

¹⁰ Engl.: Betrug, List, Täuschung, Unterschlagung.

¹¹ Vgl. Knabe, Stephan/Mika, Sebastian/Müller, Klaus-Robert/Rätsch, Gunnar/Schruoff, Wienand, Zur Beurteilung des Fraud-Risikos im Rahmen der Abschlussprüfung, in: WPg 19/2004, S. 1.057.

¹² Mochty, Ludwig, Aufdeckung von Manipulationen im Rechnungswesen - Was leistet das Benford's Law?-, in: WPg 14/2002, S. 725.

Die Wirtschaftsprüfungsgesellschaft KPMG hat in ihrer jüngsten Umfrage 300 Führungskräfte aus unterschiedlichen Branchen zum Thema Wirtschaftskriminalität befragt.¹³ Die Umfrage ergab, dass 37 % der befragten Unternehmen in den letzten drei Jahren Opfer wirtschaftskrimineller Handlungen waren. 80 % der Unternehmen bezeichnen Wirtschaftskriminalität „als ernsthaftes Problem für das Wirtschaftsleben“¹⁴, denn der entstandene Schaden durch Korruption, Geldwäsche, Kartellrechtsverstöße und die Fälschung von Jahresabschlüssen wird von den Betroffenen jeweils auf durchschnittlich 200 Millionen Euro geschätzt.

Um diese Betrugsfälle in Zukunft besser aufdecken zu können, müsste nach Auffassung von KPMG der Einsatz von statistischen Verfahren und spezieller Prüfsoftware weiter verbreitet werden, da es nur mit ihrer Hilfe möglich ist, die heute üblichen riesigen Datenmengen auf intelligente Weise auszuwerten.

Im Folgenden wird „Benford’s Gesetz“ als ein seit einigen Jahren empfohlenes Instrument¹⁵ für die systematische Aufdeckung von Manipulationen und Unterschlagungen vorgestellt, und es werden dessen Einsatzmöglichkeiten und Grenzen als digitale Prüfungsmethode aufgezeigt. Dabei stellt sich auch die Frage, ob sich mathematisch-statistische Methoden überhaupt zur Aufdeckung von Auffälligkeiten eignen und welche Art von Manipulationen unentdeckt bleiben.¹⁶ In der Rechtsprechung ist dabei besonders der Chi-Quadrat-Anpassungstest angewendet worden, der deshalb ebenfalls erläutert werden soll.

Zunächst werden in dieser Untersuchung die Grundlagen der digitalen Betriebsprüfung erläutert, um eine Basis für die darauffolgenden Ausführungen und Erklärungen zu schaffen. Darauf aufbauend befasst sich der Hauptteil der Untersuchung ausführlich mit Benford’s Gesetz. Hier wird zunächst auf die Entstehungsgeschichte eingegangen. Danach werden Grundaussage, Voraussetzungen und Eigenschaften des Verfahrens ebenso wie die mathematischen Ausführungen und weitere Erläuterungen vorgestellt. Daran anschließend folgen die Ausführungen zum Chi-Quadrat-Anpassungstest. Da dieser in der Rechtsprechung bereits mehrfach behandelt wurde, werden auch die Urteile der verschiedenen Finanzgerichte kurz dargestellt. Desweiteren wird eine kritische Würdigung des Einsatzes als digitale Prüfmethode vorgenommen. Abschließend werden die in dieser Untersuchung gewonnenen Erkenntnisse zu-

¹³ Vgl. im Folgenden: Weiss, Stefan / Lichtenau, Petra / Klapproth, Uwe / Lucke, Eva Maria: KPMG, Wirtschaftskriminalität in Deutschland 2010-Fokus Mittelstand, o.O., 2010, S. 4, 8, 10, 12, 28.

¹⁴ Weiss, Stefan / Lichtenau, Petra/ Klapproth, Uwe/ Lucke, Eva Maria: KPMG, Wirtschaftskriminalität in Deutschland 2010-Fokus Mittelstand, o.O., 2010, S. 4.

¹⁵ Vgl. Mochty, Ludwig, Aufdeckung von Manipulationen im Rechnungswesen - Was leistet das Benford’s Law?-, in: WPg 14/2002, S. 725.

¹⁶ Vgl. Posch, Peter, N., Ziffernanalyse in Theorie und Praxis, Testverfahren zur Fälschungsaufspürung mit Benfords Gesetz, Aachen 2005, S. 31-32.

sammengefasst, und es wird ein Ausblick über den möglichen Einsatz der statistischen Tests als Prüfmethode der Finanzverwaltung in der Zukunft gegeben.

2. GRUNDLAGEN DER DIGITALEN BETRIEBSPRÜFUNG

Mit der Entwicklung der papierlosen Buchführung¹⁷ haben sich auch die Möglichkeiten der Finanzverwaltung zur Sichtung und Prüfung der steuerrelevanten Unterlagen des Steuerpflichtigen ausgeweitet. Der Gesetzgeber hat der steuerlichen Betriebsprüfung durch die Einführung des digitalen Datenzugriffs neue Perspektiven eröffnet.¹⁸

Im Rahmen der Änderung der Abgabenordnung zum 01. Januar 2001 hat die Finanzverwaltung weitreichende Zugriffsrechte auf die Datenverarbeitungssysteme von Unternehmen bekommen.¹⁹ Konkretisiert werden die gesetzlichen Grundlagen durch das BMF-Schreiben über die „Grundsätze zum Datenzugriff und zur Prüfbarkeit digitaler Unterlagen (GDPdU)“.²⁰

Im Mittelpunkt der Gesetzesänderungen steht § 147 Abs. 6 AO. Diese Vorschrift erlaubt es den Finanzbehörden, die Daten im Rahmen einer steuerlichen Außenprüfung einzusehen und auf das Datenverarbeitungssystem des Steuerpflichtigen zuzugreifen, wenn die Unterlagen mittels eines Datenverarbeitungssystems erstellt wurden.²¹

Weder der Prüfungsgegenstand noch die prüfungsrelevanten Daten wurden durch die Gesetzesänderung erweitert. In der Theorie ist die digitale Betriebsprüfung lediglich eine Neugestaltung der Prüfungsmethoden. In der Praxis allerdings ergibt sich eine wesentliche Änderung von Inhalt und Tiefe der Prüfung. Die Ausstattung der Prüfer mit Notebooks und entsprechender Prüfsoftware bietet viele neue Prüfungsmöglichkeiten, so dass das Bild des Prüfers, der mit einfachsten Mitteln wie Zettel und Stift eine Belegprüfung durchführt, mittlerweile als völlig überholt anzusehen ist.²²

¹⁷ Götzenberger, Anton-Rudolf, *Der gläserne Steuerbürger*, 2. Aufl., Herne 2008, S. 102.

¹⁸ Vgl. Arndt, Hans-Wolfgang / Jenzen, Holger, *Grundzüge des Allgemeinen Steuer- und Abgabenrechts*, 2. Aufl., München 2005, S. 256.

¹⁹ Vgl. Groß, Stefan / Georgius, Alexander, Datenzugriff unter Einsatz von Prüfsoftware, in: *Stbg* 04/2006, S. 157.

²⁰ BMF-Schreiben vom 16. Juli 2001 - IV D 2 - S 0316 - 136/01.

²¹ Vgl. Eberlein, Ulrich, Zugriff der Finanzverwaltung auf Daten und Datenverarbeitungssysteme im Rahmen der steuerlichen Außenprüfung, in: *DStZ* 8/2002, S. 249.

²² Vgl. Schult, Bernd/ Vedder, Rainer, *Die digitale Betriebsprüfung*, in: *Neue Entwicklungen im Rechnungswesen*, hrsg. von Brecht, Ulrich, Wiesbaden 2005, S. 274.

Die Prüfung erstreckt sich lediglich auf die nach § 147 Abs. 1 AO aufbewahrungspflichtigen steuerlich relevanten Unterlagen wie z. B. Jahresabschlüsse und Buchungsbelege.²³ Diese Daten müssen im Originalformat und mit allen Verknüpfungen elektronisch gespeichert werden, wenn sie mit Hilfe eines Datenverarbeitungssystems erstellt worden sind,²⁴ was heutzutage bei fast allen Unternehmen zumindest im Rahmen der Buchhaltung der Fall sein dürfte.²⁵ Eine Speicherung als .pdf oder .tif- Datei ist dabei nicht ausreichend.²⁶ Falls das Unternehmen seine Hard- und Software wechselt, sollte es darauf achten, dass die neue Software auch die bereits archivierten Daten lesen kann. Sollte dies nicht der Fall sein, ist das Unternehmen verpflichtet, auch die veraltete Hard- und Software für die Dauer von zehn Jahren aufzubewahren.²⁷

Gemäß § 147 Abs. 2 und 3 AO müssen die Daten für eine Dauer von sechs²⁸ bzw. zehn²⁹ Jahre aufbewahrt werden, jederzeit digital verfügbar sein, unverzüglich lesbar gemacht werden und maschinell auswertbar sein. Wie früher üblich ist die Vorlage eines Papierausdrucks heute nicht mehr ausreichend.³⁰ Für Daten, die vor dem 01. Januar 2002 archiviert wurden, müssen die Unternehmen der Forderung nach der maschinellen Auswertbarkeit allerdings nicht nachkommen, wenn dies zu einem unverhältnismäßig hohen Aufwand führen würde.³¹ Damit werden z.B. fehlende Speicherkapazität oder andere technische Probleme berücksichtigt.³²

Laut § 147 Abs. 6 AO gibt es drei digitale Zugriffsformen: Mit der ersten Möglichkeit hat die Finanzverwaltung das Recht, unmittelbare Einsicht in die gespeicherten Daten zu nehmen und diese mit dem Datenverarbeitungssystem des Steuerpflichtigen zu überprüfen (unmittelbarer

²³ Vgl. Vogelsang, Norbert/ Stahl, Robert, BP-Handbuch. Vor der Betriebsprüfung, In der Betriebsprüfung, Nach der Betriebsprüfung, München 2008, S. 372-373.

²⁴ Vgl. Schult, Bernd/ Vedder, Rainer, Die digitale Betriebsprüfung, in: Neue Entwicklungen im Rechnungswesen, hrsg. von Brecht, Ulrich, Wiesbaden 2005, S. 274.

²⁵ Vgl. Künstler, Tilo / Seidel, Frank, Tax Compliance, in: Compliance in der Unternehmerpraxis, hrsg. von Wecker, Gregor / van Laak, Hendrik, 2. Aufl., Wiesbaden 2009, S. 252.

²⁶ Vgl. Lindgens, Bernhard, Fragen- und Antwortenkatalog zum Datenzugriffsrecht der Finanzverwaltung, in: Betriebsprüfung. eDatenzugriff der Finanzverwaltung, hrsg. von Hentschel, Bernd, 2.Aufl., Frechen 2005, S. 14.

²⁷ Vgl. Lindgens, Benhard, Datenzugriff der Finanzverwaltung, in: Digitale Betriebsprüfung. eDatenzugriff der Finanzverwaltung, hrsg. von Hentschel, Bernd, 2.Aufl., Frechen 2005, S.4.

²⁸ Alle, die nicht zehn Jahre aufzubewahren sind. Siehe Fußnote 29.

²⁹ Bücher und Aufzeichnungen, Inventare, Jahresabschlüsse, Lageberichte, die Eröffnungsbilanz sowie die zu ihrem Verständnis erforderlichen Arbeitsanweisungen und sonstigen Organisationsunterlagen, Buchungsbelege und Unterlagen, die einer mit Mitteln der Datenverarbeitung abgegebenen Zollanmeldung (...) beizufügen sind.

³⁰ Vgl. Götzenberger, Anton-Rudolf, Der gläserne Steuerbürger, 2. Aufl., Herne 2008, S. 103.

³¹ Vgl. Schult, Bernd / Vedder, Rainer, Die digitale Betriebsprüfung, in: Neue Entwicklungen im Rechnungswesen, hrsg. von Brecht, Ulrich, Wiesbaden 2005, S. 277.

³² Vgl. Bilsdorfer, Peter, Die Informationsquellen und -wege der Finanzverwaltung. Auf dem Weg zum „gläsernen“ Steuerbürger, 8. Aufl., Berlin 2009, S. 126.

Datenzugriff). Die zweite Möglichkeit erlaubt es den Steuerpflichtigen oder bei mangelnder Sachkenntnis einen vom Steuerpflichtigen beauftragten Dritten³³, die Daten vor Ort maschinell auswerten zu lassen (mittelbarer Zugriff). Die dritte und gleichzeitig am häufigsten praktizierte³⁴ Möglichkeit besteht in der vollständigen Überlassung aller steuerrelevanten Daten inklusive den entsprechenden Verknüpfungen, Formatangaben, Dateistrukturen und Felddefinitionen³⁵ auf einem maschinell auswertbaren Datenträger wie CD oder DVD (Datenträgerüberlassung).³⁶

Für welche der drei Zugriffsmöglichkeiten sich der Prüfer im Rahmen einer digitalen Betriebsprüfung entscheidet, liegt allein in seinem Ermessen. Dabei muss er sich nicht auf eine Zugriffsart beschränken³⁷, sondern kann „seine Rechte auch kumulativ nutzen.“³⁸ In den letzten Jahren ist allerdings die Datenträgerüberlassung am häufigsten als Zugriffsmöglichkeit gewählt worden.³⁹ Grund hierfür sind die geringen Mobilitätskosten sowie die Unabhängigkeit des Betriebsprüfers. Der Prüfer kann die Daten in seinem Büro prüfen und muss sich dafür nicht in den Räumen des zu prüfenden Unternehmens aufhalten. Hinzu kommt, dass ihm mit dem Prüfprogramm IDEA eine Software zur Verfügung steht, die ihm gut bekannt ist und die zahlreiche Auswertungsmöglichkeiten bietet. Der Betriebsprüfer wird sich daher eher für die Datenträgerüberlassung entscheiden, wenn er sich mit dem vom zu prüfenden Unternehmen verwendeten System nicht oder kaum auskennt und wenn dieses System weniger Auswertungsmöglichkeiten bietet als IDEA.⁴⁰

IDEA steht für „Interactiv Data Extraction Analysis“ und ist die Prüfsoftware der Finanzverwaltung. Diese Software ist keine Eigenentwicklung der Finanzverwaltung, sondern wurde ursprünglich in den 1980er Jahren für den kanadischen Rechnungshof erstellt und seitdem kontinuierlich weiterentwickelt. Mittlerweile ist die Software in über 40 Ländern im Einsatz.⁴¹

³³ Vgl. Groß, Stefan / Georgius, Alexander, Datenzugriff unter Einsatz von Prüfsoftware, in: Stbg 04/2006, S. 157.

³⁴ Vgl. Haas, Peter / Müller, Ulrike, Steuerstrafrecht und Steuerstraßverfahren, Wiesbaden 2009, S. 213.

³⁵ Vgl. Lindgens, Bernhard, Einsatz der bundeseinheitlichen Prüfsoftware und Beschreibungsstandard zur Datenträgerüberlassung, in: Betriebsprüfung. eDatenzugriff der Finanzverwaltung, hrsg. von Hentschel, Bernd, 2. Aufl., Frechen 2005, S. 8.

³⁶ Vgl. Schaumburg, Harald: Der Datenzugriff und andere Kontrollmöglichkeiten der Finanzverwaltung, in: DStR 20-21/ 2002, S. 829.

³⁷ Vgl. Schult, Bernd / Vedder, Rainer, Die digitale Betriebsprüfung, in: Neue Entwicklungen im Rechnungswesen, hrsg. von Brecht, Ulrich, Wiesbaden 2005, S. 277.

³⁸ Bildsdorfer, Peter, Die Informationsquellen und -wege der Finanzverwaltung. Auf dem Weg zum „gläsernen“ Steuerbürger, 8. Aufl., Berlin 2009, S. 125.

³⁹ Vgl. Schult, Bernd / Vedder, Rainer, Die digitale Betriebsprüfung, in: Neue Entwicklungen im Rechnungswesen, hrsg. von Brecht, Ulrich, Wiesbaden 2005, S. 277.

⁴⁰ Vgl. Haas, Peter / Müller, Ulrike, Steuerstrafrecht und Steuerstraßverfahren, Wiesbaden 2009, S. 213.

⁴¹ Vgl. Peetzke, Albert / Staab, Wolfgang, Beratungsstrategien in der digitalen Prüfung, Köln 2006, S.33.

Die Finanzverwaltung hat von der Firma Audicon GmbH, bei denen der exklusive Deutschlandvertrieb liegt, bisher knapp 14.000 IDEA-Lizenzen erworben, um für jeden Betriebsprüfer optimale Prüfbedingungen zu schaffen.⁴²

Zu den Eigenschaften von IDEA gehören sowohl der Import, die Selektion und die Analyse großer Datenmengen als auch die Anwendung mathematisch-statistischer Methoden. Mit Hilfe von IDEA ist es dem Prüfer möglich, die Sortierung, Filterung oder sogar Verknüpfung der steuerrelevanten Daten des zu prüfenden Unternehmens nach unterschiedlichsten Kriterien durchzuführen.⁴³

Vollständige Prüfungen können so binnen kürzester Zeit durchgeführt werden, was früher undenkbar gewesen wäre, da aufgrund der großen Datenmenge lediglich Stichproben möglich waren.⁴⁴ Dadurch wurden Fehler oft nur zufällig, in vielen Fällen auch gar nicht, entdeckt.⁴⁵ Durch den Einsatz mathematisch-statistischer Methoden wie z. B. Benford's Gesetz und dem Chi-Quadrat-Test, kann IDEA Hinweise auf Manipulationen der Unternehmensdaten liefern.⁴⁶ Die dabei aufgezeigten Auffälligkeiten in der Ziffernstruktur rechtfertigen dann eine detailliertere Prüfung der betroffenen Teildatensätze.⁴⁷

Auch vor Gericht dürfen die Ergebnisse dieser Verfahren seit einem BGH-Urteil von 1989 verwendet werden.⁴⁸ So zog vor allem das FG Münster in einigen Entscheidungen die Ergebnisse des Chi-Quadrat-Anpassungstests als zusätzliches Indiz für Manipulationen heran.

⁴² Vgl. Peetzke, Albert / Staab, Wolfgang, *Beratungsstrategien in der digitalen Prüfung*, Köln 2006, S.33.

⁴³ Vgl. Schult, Bernd / Vedder, Rainer, *Die digitale Betriebsprüfung*, in: *Neue Entwicklungen im Rechnungswesen*, hrsg. von Brecht, Ulrich, Wiesbaden 2005, S. 281.

⁴⁴ Vgl. Schult, Bernd / Vedder, Rainer, *Die digitale Betriebsprüfung*, in: *Neue Entwicklungen im Rechnungswesen*, hrsg. von Brecht, Ulrich, Wiesbaden 2005, S. 282.

⁴⁵ Vgl. Lißewski, Arne / Suckow, Michael / Albers, Joachim, *Steuerhinterziehung - was nun? Ermittlungsmethoden. Konsequenzen*, München 2010, S. 30.

⁴⁶ Vgl. Schult, Bernd / Vedder, Rainer, *Die digitale Betriebsprüfung*, in: *Neue Entwicklungen im Rechnungswesen*, hrsg. von Brecht, Ulrich, Wiesbaden 2005, S. 282.

⁴⁷ Vgl. Trede, Mark / Watrin, Christoph / Ullmann, Robert, *Ziffernanalyse und Chi-Quadrat-Anpassungstest in der steuerlichen Anwendung*, in: *DBW* 69/2009, S. 702.

⁴⁸ Vgl. Watrin, Christoph/ Ullmann, Robert, *Ziffernanalyse in der steuerlichen Betriebsprüfung: Voraussetzungen, Funktionsweise, Anwendungsmöglichkeiten*, in: *WPg* 02/2009, S. 98; vgl. BGH-Urteil vom 14.12.1989 – 4 Str 419/89, NJW 1990, S. 1.551.

3. MATHEMATISCH-STATISTISCHE TESTVERFAHREN

3.1 DER EINSATZ VON WAHRSCHEINLICHKEITSTESTS IN DER STEUERLICHEN BETRIEBSPRÜFUNG

Mit Hilfe von Wahrscheinlichkeitstests wird überprüft, ob eine Beobachtung mit einer Erwartung übereinstimmt. Beim Wurf einer Münze bestehen die Ereignisse „Kopf“ oder „Zahl“. Die Erwartung bezüglich der Häufigkeit des Auftretens wird mit 50 % für jedes Ereignis angenommen.

Wird eine Erwartung als annähernd sicher angesehen und liegen genügend Daten vor, können mit Hilfe eines Wahrscheinlichkeitstests Aussagen über den Zusammenhang zwischen Beobachtung und Erwartung getroffen werden. Tritt z. B. „Kopf“ viel häufiger auf, als das nach Berücksichtigung einer statistischen Abweichung der Fall sein dürfte, bestehen Zweifel an der Richtigkeit der Ergebnisse und somit Grund zur genaueren Prüfung.⁴⁹

An dieser Stelle soll aber direkt darauf hingewiesen werden, die Ergebnisse solcher Analysen nicht als Beweis für eine Manipulation der Daten anzusehen.⁵⁰ Dies würde implizieren, dass auch bei einem ehrlichen Steuerpflichtigen der Verdacht auf Manipulation der Daten zumindest in Höhe der angenommenen Irrtumswahrscheinlichkeit vorliegt.⁵¹

Grundsätzlich ist zwischen zwei Alternativen zur Prüfung von Zahlen zu unterscheiden. Eine Möglichkeit besteht in der Überprüfung der ersten (oder der ersten beiden) Ziffer (Ziffern) auf Ungleichverteilung mit Hilfe von Benford's Gesetz, die zweite Möglichkeit ist die Überprü-

⁴⁹ Vgl. Wähnert, Andreas, Die Anwendung von Wahrscheinlichkeitstests in der Außenprüfung und die richtige Interpretation der Ergebnisse, in: StBp 03/2007, S. 66.

⁵⁰ Vgl. Watrin, Christoph / Struffert, Ralf, Benford's Law und Chi-Quadrat-Test – Chancen und Risiken des Einsatzes bei steuerlichen Prüfungen, Zugleich Anmerkungen zum Urteil des FG Münster vom 7.12.2005 – 1K 6384/03 E, in: Der Betrieb, 33/2006, S. 1.749.

⁵¹ Vgl. Watrin, Christoph/Ullmann, Robert, Ziffernanalyse in der steuerlichen Betriebsprüfung: Voraussetzungen, Funktionsweise, Anwendungsmöglichkeiten, in: WPg 02/2009, S. 101.

fung einer hinteren Stelle (ab der vierten Ziffer⁵²) auf Gleichverteilung mit Hilfe des Chi-Quadrat-Tests.⁵³

Bei beiden Möglichkeiten handelt es sich jedoch keineswegs um zwei getrennt voneinander zu betrachtenden Prüfverfahren. Benford's Gesetz beschreibt die Art der Ungleichverteilung der Ziffern, der Chi-Quadrat-Anpassungstest überprüft die Übereinstimmung von einer empirischen mit einer beliebigen theoretischen Verteilung. Dabei ist es unerheblich, ob es sich um die Gleichverteilung oder aber auch um die Benford-Verteilung handelt.⁵⁴

Während die Überprüfung der Anfangsziffern mit Benford's Gesetz gezielt auf die Auffindung erfundener Zahlen oder bewussten Duplikationen gerichtet ist, lassen sich mit der Überprüfung auf Gleichverteilung der hinteren Ziffern hauptsächlich Schätzungen und gezieltes Auf- und Abrunden erkennen.⁵⁵

Um die Höhe der Manipulationen anzuzeigen, sind diese Tests allerdings ungeeignet.⁵⁶

3.2 BENFORD'S GESETZ

3.2.1 HINTERGRÜNDE

Im Jahr 1881 entdeckte Simon Newcomb, dass die vorderen Seiten von Logarithmentafeln viel abgenutzter waren als die hinteren.⁵⁷ Durchaus nachvollziehbar wäre dieses Phänomen bei anderen Büchern in Bibliotheken wie z. B. bei einem Roman. Da viele Menschen auf die-

⁵² Hierzu gibt es unterschiedliche Meinungen. Blenkins, Michael, Chi-Test – oder „Jeder Mensch hat seine Lieblingszahl“, in: StBp 09/2003, S. 262 fordert die Überprüfung der letzten (oder der letzten beiden) Ziffer vor dem Komma; Wähnert, Andreas, Die Anwendung von Wahrscheinlichkeitstests in der Außenprüfung und die richtige Interpretation der Ergebnisse, in: StBp 03/2007, S. 66 gibt an, dass alle bis auf die ersten beiden Ziffern der Gleichverteilung folgen; Gebbers, Harald, Analyse der Rechtsprechung zum Chi-Quadrat-Test in der Außenprüfung – Anwendung zur Prüfung von Erlösen und Fahrtenbüchern – Teil 1 –, in: StBp 08/2008, S. 210 und Sosna, Christian, Einsatz statistischer Methoden zur Risikoanalyse, Recherche und Lokalisierung von Steuerausfällen – Teil 1 –, S. 41 gehen von einer Gleichverteilung ab der vierten Stelle aus.

⁵³ Vgl. Watrin, Christoph / Struffert, Ralf, Benford's Law und Chi-Quadrat-Test – Chancen und Risiken des Einsatzes bei steuerlichen Prüfungen, Zugleich Anmerkungen zum Urteil des FG Münster vom 7.12.2005 – 1K 6384/03 E, in: Der Betrieb, 33/2006, S. 1.748, Verweis auf Mochty, Ludwig, Die Aufdeckung von Manipulationen im Rechnungswesen – Was leistet das Benford's Law? -, in: WPg 14/2002, S. 730.

⁵⁴ Vgl. Watrin, Christoph / Struffert, Ralf, Benford's Law und Chi-Quadrat-Test – Chancen und Risiken des Einsatzes bei steuerlichen Prüfungen, Zugleich Anmerkungen zum Urteil des FG Münster vom 7.12.2005 – 1K 6384/03 E, in: Der Betrieb, 33/2006, S. 1.748.

⁵⁵ Vgl. Mochty, Ludwig, Die Aufdeckung von Manipulationen im Rechnungswesen – Was leistet das Benford's Law? -, in: WPg 14/2002, S. 733.

⁵⁶ Vgl. Burkhard, Jörg, Aktuelle Fragen aus der Praxis der Außenprüfung, in: StBp 02/2006, S. 61.

⁵⁷ Vgl. Huber, Erich: Digitale Ziffernanalyse versus Strukturanalyse und die logische Herleitung von Benford (NBL) – Teil I –, in: StBp 09/2008, S. 242.

se Bücher Zugriff haben, kann es vorkommen, dass einige zwar mit einem Buch beginnen, dann aber vorzeitig damit aufhören, sei es aus Zeitgründen, Desinteresse oder mangelndem Verständnis, und somit eine stärkere natürliche Abnutzung der vorderen Seiten entsteht.⁵⁸ Da aber Logarithmentafeln lediglich als gezielte Nachschlagewerke benutzt wurden⁵⁹, muss es so gewesen sein, dass öfter nach Logarithmen mit niedrigen Anfangsziffern gesucht wurde als mit hohen.⁶⁰

Newcomb veröffentlichte darüber einen zweiseitigen Artikel im American Journal of Accountancy und schloss aus seiner Entdeckung, dass kleinere Ziffern als Anfangsziffern deutlich häufiger vorkommen als höhere.⁶¹

Eine Erklärung für diese Entdeckung folgte erst 57 Jahre später, als Frank Benford⁶² das gleiche Phänomen entdeckte. Er verbrachte einige Jahre damit, so viele verschiedene Daten wie möglich zu sammeln und auszuwerten.⁶³ Die Länge von Flüssen untersuchte er genauso wie das Atomgewicht der Elemente, alle Zahlen aus einer Ausgabe des „Reader’s Digest“, Statistiken der amerikanischen Baseball-Liga und Stromrechnungen von den pazifischen Salomon-Inseln. Abbildung 1 zeigt seine komplette Auswertung. Schließlich hatte er 20.229 Datensätze überprüft, so dass seine Ahnung bestätigt wurde: Die Realität scheint eine Vorliebe für die Eins zu haben, fast jede dritte Zahl beginnt mit dieser Ziffer.⁶⁴

⁵⁸ Vgl. Humenberger, Hans, Eine elementarmathematische Begründung des Benford-Gesetzes, S. 7, <http://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2008%20Band%2041/VortragHumenberger.pdf>, überarbeitete Version des Aufsatzes in: Der Mathematikunterricht 54,1, S. 24-34.

⁵⁹ Vgl. Nigrini, Mark J. / Mittermaier, Linda J., The Use of Benfords Law as an Aid in Analytical Procedures, in: Auditing, A Journal of Practice&Theory, Vol.16, No.2, 1997, S. 53.

⁶⁰ Vgl. Humenberger, Hans, Eine elementarmathematische Begründung des Benford-Gesetzes, S. 7, <http://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2008%20Band%2041/VortragHumenberger.pdf>, überarbeitete Version des Aufsatzes in: Der Mathematikunterricht 54,1, S. 24-34.

⁶¹ Vgl. Newcomb, Simon, Note on the Frequency of Use oft the Different Digits in Natural Numbers, in: American Journal of Mathematics, Vol. 4, No. 1, 1881, S. 39-40.

⁶² 1887-1941.

⁶³ Vgl. Benford, Frank: The law of anomalous numbers, in: Proceedings of the American Philosophical Society Vol. 78, 1938, S. 552.

⁶⁴ Vgl. Dworschak, Manfred: Weiter Weg zur Zwei- ein kurioes Gesetz der Wahrscheinlichkeitstheorie kann Finanzbeamten helfen, Steuersünder aufzuspüren, in: Der Spiegel 47/1998, S. 228.

TABLE I
PERCENTAGE OF TIMES THE NATURAL NUMBERS 1 TO 9 ARE USED AS FIRST
DIGITS IN NUMBERS, AS DETERMINED BY 20,229 OBSERVATIONS

Group	Title	First Digit									Count
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
A	Rivers, Area	31.0	16.4	10.7	11.3	7.2	8.6	5.5	4.2	5.1	335
B	Population	33.9	20.4	14.2	8.1	7.2	6.2	4.1	3.7	2.2	3259
C	Constants	41.3	14.4	4.8	8.6	10.6	5.8	1.0	2.9	10.6	104
D	Newspapers	30.0	18.0	12.0	10.0	8.0	6.0	6.0	5.0	5.0	100
E	Spec. Heat	24.0	18.4	16.2	14.6	10.6	4.1	3.2	4.8	4.1	1389
F	Pressure	29.6	18.3	12.8	9.8	8.3	6.4	5.7	4.4	4.7	703
G	H.P. Lost	30.0	18.4	11.9	10.8	8.1	7.0	5.1	5.1	3.6	690
H	Mol. Wgt.	26.7	25.2	15.4	10.8	6.7	5.1	4.1	2.8	3.2	1800
I	Drainage	27.1	23.9	13.8	12.6	8.2	5.0	5.0	2.5	1.9	159
J	Atomic Wgt.	47.2	18.7	5.5	4.4	6.6	4.4	3.3	4.4	5.5	91
K	$n^{-1}, \sqrt{n}, \dots$	25.7	20.3	9.7	6.8	6.6	6.8	7.2	8.0	8.9	5000
L	Design	26.8	14.8	14.3	7.5	8.3	8.4	7.0	7.3	5.6	560
M	Digest	33.4	18.5	12.4	7.5	7.1	6.5	5.5	4.9	4.2	308
N	Cost Data	32.4	18.8	10.1	10.1	9.8	5.5	4.7	5.5	3.1	741
O	X-Ray Volts	27.9	17.5	14.4	9.0	8.1	7.4	5.1	5.8	4.8	707
P	Am. League	32.7	17.6	12.6	9.8	7.4	6.4	4.9	5.6	3.0	1458
Q	Black Body	31.0	17.3	14.1	8.7	6.6	7.0	5.2	4.7	5.4	1165
R	Addresses	28.9	19.2	12.6	8.8	8.5	6.4	5.6	5.0	5.0	342
S	$n^1, n^2, \dots, n!$	25.3	16.0	12.0	10.0	8.5	8.8	6.8	7.1	5.5	900
T	Death Rate	27.0	18.6	15.7	9.4	6.7	6.5	7.2	4.8	4.1	418
Average		30.6	18.5	12.4	9.4	8.0	6.4	5.1	4.9	4.7	1011
Probable Error		± 0.8	± 0.4	± 0.4	± 0.3	± 0.2	± 0.2	± 0.2	± 0.2	± 0.3	—

ABBILDUNG 1: ANGABE IN PROZENT ÜBER DIE HÄUFIGKEIT DER
ZIFFERN „1“ BIS „9“ ALS FÜHRENDE ZIFFER

(Quelle: Benford, Frank: The law of anomalous numbers, in: Proceedings of the American Philosophical Society Vol. 78, 1938, S. 553.)

Wenn also die Anfangsziffern von bestimmten Werten einer Wahrscheinlichkeitsverteilung folgen, die diesen Häufigkeiten entspricht, ist es nur konsequent, dass die vorderen Seiten der Logarithmentafeln abgegriffener waren als die hinteren.⁶⁵

Heutzutage ist es mit Hilfe einer Suchmaschine wie Google möglich, sich einen Beweis von Benford's Entdeckungen anzeigen zu lassen. Als Beispiel sei die dreistellige Zahl „794“ gewählt, die, versehen mit der „1“ als Anfangsziffer (also „1.794“) zu 31.300.000 Treffern führt, wohingegen die „9“ als Anfangsziffer (also „9.794“) lediglich 6.290.000 Treffer liefert. Vergleicht man die Anzahl der Treffer mit der von Benford theoretisch zu erwartenden Häufigkeit, erhält man folgendes Bild, in dem zu erkennen ist, dass sich die Werte ähneln:

⁶⁵ Vgl. Humenberger, Hans, Eine elementarmathematische Begründung des Benford-Gesetzes, S. 2, <http://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2008%20Band%2041/VortragHumenberger.pdf>, überarbeitete Version des Aufsatzes in: Der Mathematikunterricht 54,1, S. 24-34.

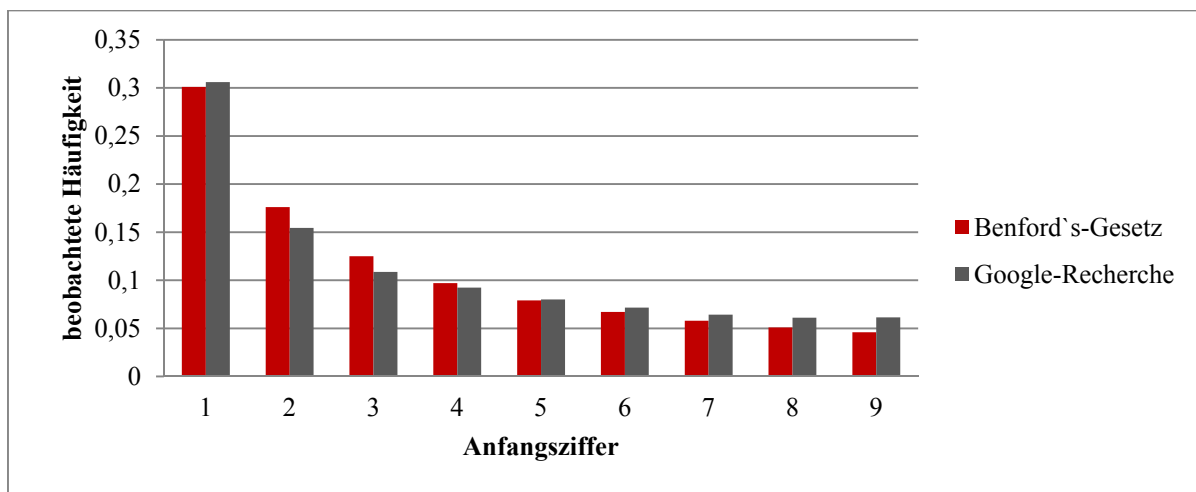


ABBILDUNG 2: EIN VERSUCH MIT GOOGLE

Im Gegensatz zu Newcomb's Artikel, der über die Jahre in Vergessenheit geraten war, zogen Benford's Untersuchungen große Aufmerksamkeit auf sich, so dass dieses Gesetz heute unter dem Namen „Benford's Gesetz“ bekannt ist.⁶⁶

Zwar soll Benford in seinen eigenen Untersuchungen einige Zahlen etwas angepasst haben, um das von ihm gefundene Ergebnis eindrucksvoller erscheinen zu lassen,⁶⁷ aber selbst die Daten, die sicher nicht manipuliert wurden, passen sich seinem Gesetz gut an.⁶⁸

3.2.2 GRUNDAUSSAGE

Grundsätzlich wird bei der Ziffernanalyse mit Hilfe von Benford's Gesetz angenommen, dass die Wahrscheinlichkeit, mit der die Ziffern „0“ bis „9“ in natürlichen Daten auftreten, eine andere ist, als wenn diese Daten manipuliert wurden. Weichen also die untersuchten Daten von der theoretisch zu erwartenden Häufigkeitsverteilung ab, kann dies auf eine Manipulation der Daten hindeuten.⁶⁹

Eine besondere Eigenschaft der Ziffernanalyse ist, dass die einzelnen Ziffern einer Analyse unterzogen werden und somit nicht bloß die absolute Größe der Zahlen betrachtet wird.⁷⁰

⁶⁶ Vgl. Hill, Theodore P., The first digital phenomenon, in: American Scientist, July-August 1998, S. 358.

⁶⁷ Vgl. Diaconis, Persi / Freedman, David, On Rounding Percentages, in: Journal of the American Statistical Association Vol. 74, 1979, S. 359-364.

⁶⁸ Vgl. Hill, Theodore P., A statistical derivation of the significant digit law, in: Statistical Science Vol. 10, No. 04, 1995, S. 355.

⁶⁹ Vgl. Trede, Mark / Watrin, Christoph/Ullmann, Robert, Ziffernanalyse und Chi-Quadrat-Anpassungstest in der steuerlichen Anwendung, in: DBW 69/2009, S. 703.

⁷⁰ Vgl. Watrin, Christoph / Ullmann, Robert, Ziffernanalyse in der steuerlichen Betriebsprüfung: Voraussetzungen, Funktionsweise, Anwendungsmöglichkeiten, in: WPg 02/2009, S. 98.

Benford's Gesetz unterscheidet somit nicht zwischen „20“ und „20.000“, bei beiden ist die führende Ziffer die „2“ und alle weiteren Ziffern sind „0“.⁷¹

Dabei ist zu beachten, dass die Ziffern in natürlichen Daten eine Verzerrung der Häufigkeiten aufweisen, welche von links nach rechts immer weiter abnimmt und sich schließlich der Gleichverteilung annähert. So wird z. B. für die „1“ als erste Ziffer angenommen, dass sie in 30,1 % der Fälle auftritt, wohingegen sie als dritte Ziffer nur noch mit einer Häufigkeit von 10,2 % vorkommt. Anzumerken sei hier noch, dass die erste Ziffer unabhängig von ihrer Position (also Zehner-, Hunderter-, Tausenderstelle) in der Zahl immer die erste Ziffer von links ist.⁷²

3.2.3 VORAUSSETZUNGEN

Benford's Gesetz ist nicht auf alle Datensätze anwendbar. Wie bei jedem Gesetz müssen bestimmte Voraussetzungen vorliegen, um von einer Benford-Verteilung sprechen zu können.⁷³

1. Der Datensatz soll entweder dem vollständigen Datenbestand oder einer zufälligen Stichprobe entsprechen.⁷⁴
2. Je größer der Datenbestand oder die Stichprobe ist, desto besser erfolgt eine Annäherung an Benford's Gesetz.
3. Der Datensatz soll in derselben Maßeinheit (Euro, Kilogramm, Meter, etc.) erfasst worden sein und somit eine einheitliche Größe messen.
4. Bei dem zu untersuchenden Datensatz soll es sich nicht um statistische Größen wie Mittelwerte oder Varianzen handeln, da diese bestimmten Verteilungsgesetzen wie z.B. der Normalverteilung gehorchen und somit das Ergebnis verzerren können.
5. Der Datensatz soll keine festgelegten Unter- oder Obergrenzen (Gebühren, Provisionen, Mindestbestellungen⁷⁵, etc.) haben und frei von psychologischen Einflüssen (z.B. 4.999 Euro anstatt 5.000 Euro für einen Gebrauchtwagen) sein.
6. Der Datensatz darf nicht der Identifikation (Telefonnummern, Sozialversicherungsnummern etc.) dienen und muss eine Größenordnung repräsentieren.

⁷¹ Vgl. Hill, Theodore, The first digital phenomenon, in: American Scientist, 1998, S. 3.

⁷² Vgl. Sosna, Christian, Statistische Ziffernanalyse – Teil I -, in: StBp09/2004, S. 249.

⁷³ Watrin, Christoph / Struffert, Ralf, Benford's Law und Chi-Quadrat-Test – Chancen und Risiken des Einsatzes bei steuerlichen Prüfungen, Zugleich Anmerkungen zum Urteil des FG Münster vom 7.12.2005 – 1K 6384/03 E, in: Der Betrieb, 33/2006, S. 1.749.

⁷⁴ Vgl. im Folgenden: Mochty, Ludwig, Die Aufdeckung von Manipulationen im Rechnungswesen – Was leistet Benford's Law?, in: WPg 14/2002, S. 734.

⁷⁵ Vgl. Odenthal, Roger, Defraudanten auf der Spur, in: BuW 24/2002, S. 1.020.

Selbst wenn diese einschränkenden Kriterien berücksichtigt werden, zeigt sich, dass die Verteilung von Ziffern Benford's Gesetz in einer Vielzahl für die Prüfung interessanter Zahlenbereiche gehorcht.⁷⁶

Aber auch wenn all diese Voraussetzungen erfüllt sind, muss ein Datensatz nicht zwingend Benford's Gesetz gehorchen. Bisherige Untersuchungen⁷⁷ haben jedoch gezeigt, dass grundsätzlich von einer Benford-Verteilung auszugehen ist, wenn oben genannte Voraussetzungen erfüllt sind und eine Manipulation der Zahlen ausgeschlossen ist.⁷⁸

3.2.4 MATHEMATISCHE AUSFÜHRUNGEN

Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Ziffer lässt sich durch folgende Formel beschreiben:

$$P(d) = \log 10 \left(1 + \frac{1}{d} \right)$$

Dabei gibt P die Wahrscheinlichkeit an, mit der eine Ziffer erwartet wird, und d steht für die jeweilig eingesetzte Ziffer von 1,...,9.

Für die erste Ziffer einer Zahl ergibt sich dann folgende Formel:

$$P(D_1 = d_1) = \log \left(1 + \frac{1}{d_1} \right) \text{ mit } d_1 = (1, 2, \dots, 9)$$

Für die zweite, dritte und vierte Ziffer sowie für die Verknüpfung der ersten beiden Ziffern lassen sich ebenfalls entsprechende Verteilungen ermitteln, ohne dass dabei aber in diesem Maße signifikante Unterschiede auftreten.⁷⁹

Daraus lässt sich schlussfolgern, dass Benford's Gesetz nur für die ersten vier Stellen einer Zahl eine praktische Relevanz besitzt. Für alle weiteren Stellen ist annäherungsweise eine Gleichverteilung der Ziffern anzunehmen.⁸⁰

Soll mit Hilfe dieser Formel die Wahrscheinlichkeit für die „1“ als erste Ziffer berechnet werden, so ergibt sich: $P(d = 1) = \log \left(1 + \frac{1}{1} \right) = \log(2) = 0,30103$, während sich die Wahrscheinlichkeit für die „9“ als erste Ziffer lediglich mit 0,04576 angeben lässt.⁸¹

⁷⁶ Vgl. Odenthal, Roger, Digitale Ziffernanalyse: Ein wirkungsvoller Beitrag zur computergestützten Deliktrevision?, in: WPg 16/1999, S. 631-632.

⁷⁷ Vgl. Nigrini, Mark J., Digital Analysis Using Benford's Law, 2. Aufl., Vancouver 2000.

⁷⁸ Vgl. Watrin, Christoph / Ullmann, Robert, Ziffernanalyse in der steuerlichen Betriebsprüfung: Voraussetzungen, Funktionsweise, Anwendungsmöglichkeiten, in: WPg 02/2009, S. 104.

⁷⁹ Vgl. Odenthal, Roger, Digitale Ziffernanalyse: Ein wirkungsvoller Beitrag zur computergestützten Deliktrevision?, in: WPg 16/1999, S. 631.

⁸⁰ Vgl. Posch, Peter, N., Ziffernanalyse in Theorie und Praxis, Testverfahren zur Fälschungsaufspürung mit Benfords Gesetz, 1.Aufl., Aachen 2005, S. 6.

Die folgende Tabelle zeigt die erwarteten Häufigkeiten für alle Ziffern von „0“ bis „9“ für die ersten 4 Stellen einer Zahl.

Ziffer	Erste Stelle	Zweite Stelle	Dritte Stelle	Vierte Stelle
0		0,11968	0,10178	0,10018
1	0,30103	0,11389	0,10138	0,10014
2	0,17609	0,19882	0,10097	0,10010
3	0,12494	0,10433	0,10057	0,10006
4	0,09691	0,10031	0,10018	0,10002
5	0,07918	0,09668	0,09979	0,09998
6	0,06695	0,09337	0,09940	0,09994
7	0,05799	0,09035	0,09902	0,09990
8	0,05115	0,08757	0,09864	0,09986
9	0,04576	0,08500	0,09827	0,09982

TABELLE 1 ERWARTETE BENFORD-VERTEILUNG FÜR DIE ERSTEN VIER STELLEN EINER ZAHL

(Quelle: McLoughlin, William I. / Lundy, Silvia A., Digit Functions of Integer Sequences, in: The Fibonacci Quarterly, Vol. 22, No. 2, 1984, S. 109)

Je weiter rechts eine Ziffer liegt, desto stärker konvergiert diese gegen die Gleichverteilung. Die Vermutung liegt also nahe, dass die noch weiter rechts liegenden Ziffern von „0“ bis „9“ mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auftreten; Voraussetzung ist dann aber ein ausreichend großer Zahlenwert.⁸²

3.2.5 EIGENSCHAFTEN

Roger Pinkham veröffentlichte 1961 eine Arbeit über die Verteilung der ersten Ziffern.⁸³ Er stellte die Theorie auf, dass, wenn es tatsächlich ein Gesetz für die Verteilung der ersten Ziffern geben sollte, dieses auch allgemeine Gültigkeit haben müsse. Die Wahl der Einheit, in der etwas gemessen wird, sollte also keinen Einfluss auf die Verteilung haben. In der Mathematik wird diese Eigenschaft als Skaleninvarianz beschrieben.

Mit anderen Worten heißt das, wenn die Länge der Flüsse oder die Größe von Inseln einem bestimmten Gesetz folgen, sollte es irrelevant sein, ob die Größe in Meilen oder Kilometern angegeben wird.⁸⁴ Diese beiden Einheiten unterscheiden sich nur um den Faktor $s =$

⁸¹ Vgl. Judge, George / Schechter, Laura, Detecting Problems in Survey Data Using Benford's Law, in: The Journal of Human Resources, Vol. 44, No. 1, 2009, S. 2.

⁸² Watrin, Christoph / Struffert, Ralf, Benford's Law und Chi-Quadrat-Test – Chancen und Risiken des Einsatzes bei steuerlichen Prüfungen, Zugleich Anmerkungen zum Urteil des FG Münster vom 7.12.2005 – 1K 6384/03 E, in: Der Betrieb, 33/2006, S. 1.749.

⁸³ Vgl. Pinkham, Roger S., On the Distribution of First Significant Digits, in: The Annals of Mathematical Statistics, Vol. 32, No. 4, 1961, S. 1.223-1.230.

⁸⁴ Vgl. Nigrini, Mark J. / Mittermaier, Linda J., The Use of Benfords Law as an Aid in Analytical Procedures, in: Auditing, A Journal of Practice&Theory, Vol.16, No.2, 1997, S. 55.

1,609344; wenn also die betrachteten Entfernungen von Meilen in Kilometern umgerechnet werden sollen, werden die Daten mit dem Faktor s ⁸⁵ multipliziert.⁸⁶ Entspricht ein Datensatz vor der Multiplikation mit einer beliebigen Konstanten der Benford-Verteilung, folgt der neu entstandene Datensatz noch immer dieser Verteilung. Pinkham bewies weiter, dass Benford's Gesetz das einzige Verteilungsgesetz mit dieser Eigenschaft ist.⁸⁷

Theodore Hill belegte 1995, dass die Skaleninvarianz eine weitere Eigenschaft impliziert: die Baseninvarianz.⁸⁸ Umgekehrt ist dies allerdings nicht der Fall.⁸⁹

Wenn ein Datensatz Benford's Gesetz entspricht, kann dieser für beliebige Basen angegeben werden, ohne dass sich die Häufigkeitsverteilung der einzelnen Ziffern dadurch ändert,⁹⁰ wie z. B. bei der Umrechnung vom Dezimalsystem in das Oktalsystem mit der Basis $b = 8$.⁹¹ Die zugrunde gelegte Basis 10 hat keine Präferenz gegenüber anderen Basen; was also für die Basis 10 gilt, sollte auch für jede andere Basis⁹² gelten.⁹³ Eine Verteilungsfunktion, die abhängig von der betrachteten Basis wäre, könnte kaum einem allgemein gültigen Gesetz gehorchen.⁹⁴

⁸⁵ Es gibt jedoch keine Konstante s , die einen Datensatz, der nicht Benford's Gesetz entspricht, durch Multiplikation in einen Datensatz verwandelt, der dann Benford's Gesetz entspricht (vgl. Raimi, R. A., The peculiar distribution of first significant digits, in: Scientific American Vol. 221, 1969, S. 118).

⁸⁶ Vgl. Humenberger, Hans, Eine elementarmathematische Begründung des Benford-Gesetzes, S. 7, <http://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2008%20Band%2041/VortragHumenberger.pdf>, überarbeitete Version des Aufsatzes in: Der Mathematikunterricht, 54, 1, S. 24-34.

⁸⁷ Vgl. Nigrini, Mark J. / Mittermaier, Linda J., The Use of Benfords Law as an Aid in Analytical Procedures, in: Auditing, A Journal of Practice&Theory, Vol.16, No.2, 1997, S. 55.

⁸⁸ Vgl. Hill, Theodore P., Base-Invariance Implies Benford's Law, in: Proceedings of the American Mathematical Society, Vol. 123, No. 3, 1995, S. 893.

⁸⁹ Vgl. Posch, Peter, N., Ziffernanalyse in Theorie und Praxis, Testverfahren zur Fälschungsaufspürung mit Benfords Gesetz, Aachen 2005, S. 11.

⁹⁰ Vgl. Hungerbühler, Norbert, Benfords Gesetz über führende Ziffern. Wie die Mathematik Steuersündern das Fürchten lehrt, Fribourg 2007, http://www.educ.ethz.ch/unt/um/mathe/ana/benford/Benford_Fuehrende_Ziffern.pdf (Zugriff am 25.Juli 2010), S. 20.

⁹¹ Vgl. Mochty, Ludwig, Die Aufdeckung von Manipulationen im Rechnungswesen – Was leistet Benford's Law? -, in: WPg 14/2002, S. 728.

⁹² Die Umrechnung zur Basis 2 macht an dieser Stelle wenig Sinn, da in diesem Fall jede von Null unterschiedliche Zahl als Anfangsziffer die „1“ hat.

⁹³ Vgl. Hungerbühler, Norbert, Benfords Gesetz über führende Ziffern. Wie die Mathematik Steuersündern das Fürchten lehrt, Fribourg 2007, http://www.educ.ethz.ch/unt/um/mathe/ana/benford/Benford_Fuehrende_Ziffern.pdf (Zugriff am 25.Juli 2010), S. 6.

⁹⁴ Vgl. Posch, Peter, N., Ziffernanalyse in Theorie und Praxis, Testverfahren zur Fälschungsaufspürung mit Benfords Gesetz, Aachen 2005, S. 11.

Bei der Anwendung in der steuerlichen Betriebsprüfung ist allerdings immer von der Basis 10 auszugehen, so dass die Baseninvarianz in diesem Fall nicht von Bedeutung sein dürfte.⁹⁵ Der Vollständigkeit halber sollte diese Eigenschaft allerdings erwähnt werden.

3.2.6 ERLÄUTERUNGEN

Grundsätzlich lässt sich Benford's Gesetz auf jede größere, natürlich entstandene Datenmenge anwenden.⁹⁶

Als Beispiel hierfür wird eine Stadt mit 100.000 Einwohnern betrachtet, die jedes Jahr um 10 % wächst. Die „1“ als führende Ziffer bleibt 8 Jahre erhalten, denn so lange dauert es, bis die Stadt um 100 % gewachsen ist und nun die „2“ als führende Ziffer auftritt. Damit die Einwohnerzahl von 200.000 auf 300.000 wächst, ist nur noch 50 % Wachstum nötig, was innerhalb von nur 4 Jahren geschieht. Beträgt die Einwohnerzahl aber bereits 900.000, ist bis zur Grenze von 1.000.000 lediglich noch ein Wachstum von 11,1 % nötig, was in etwas mehr als einem Jahr erreicht wird, und wieder ist die „1“ die Anfangsziffer.⁹⁷

Auch von Einträgen in Steuererklärungen wird angenommen, dass sie Benford's Gesetz folgen.⁹⁸ Falls diese Zahlen allerdings von Menschen gezielt manipuliert wurden, weisen sie eine andere Struktur auf, wie Hill⁹⁹ anhand einiger Tests mit seinen Studierenden belegte. So bat er seine Studierenden, zu Hause entweder eine Münze 200mal wirklich zu werfen und die Ereignisse zu notieren oder sich die Ereignisse auszudenken. Am nächsten Tag konnte er durch einen kurzen Blick auf die Notizen seiner Studierenden feststellen, wer sich die Daten ausgedacht hat und wer nicht.

⁹⁵ Vgl. Watrin, Christoph / Ullmann, Robert, Ziffernanalyse in der steuerlichen Betriebsprüfung: Voraussetzungen, Funktionsweise, Anwendungsmöglichkeiten, in: WPg 02/2009, S. 104.

⁹⁶ Vgl. Kempf, Dieter / Fischer, Andreas, Digitale Datenanalyse-ein adäquates Mittel zur Aufdeckung von Unregelmäßigkeiten in der Rechnungslegung, <http://www.unimuenster.de/imperia/md/content/wirtschaftschemie/forschung/publikationen/aufsatzkempffischer.pdf> (Zugriff am 20. August 2010), S. 14.

⁹⁷ Vgl. Nigrini, Mark J. / Mittermaier, Linda J., The Use of Benfords Law as an Aid in Analytical Procedures, in: Auditing, A Journal of Practice&Theory, Vol. 16, No. 2, 1997, S. 54.

⁹⁸ Vgl. Posch, Peter, N., Ziffernanalyse in Theorie und Praxis, Testverfahren zur Fälschungsaufspürung mit Benfords Gesetz, Aachen 2005, S. 31.

⁹⁹ Vgl. Hill, Theodore P., The difficulty of Faking Data, in: Chance Vol. 12, No. 3, 1999, S. 27.

Diese Struktur unterscheidet sich stark von der bisher angenommenen Benford-Verteilung (vgl. Abbildung 3). Liegt eine gezielte Manipulation des Datenmaterials vor, wird die Auswertung der Daten eine Annäherung an die Hill-Verteilung anzeigen.¹⁰⁰

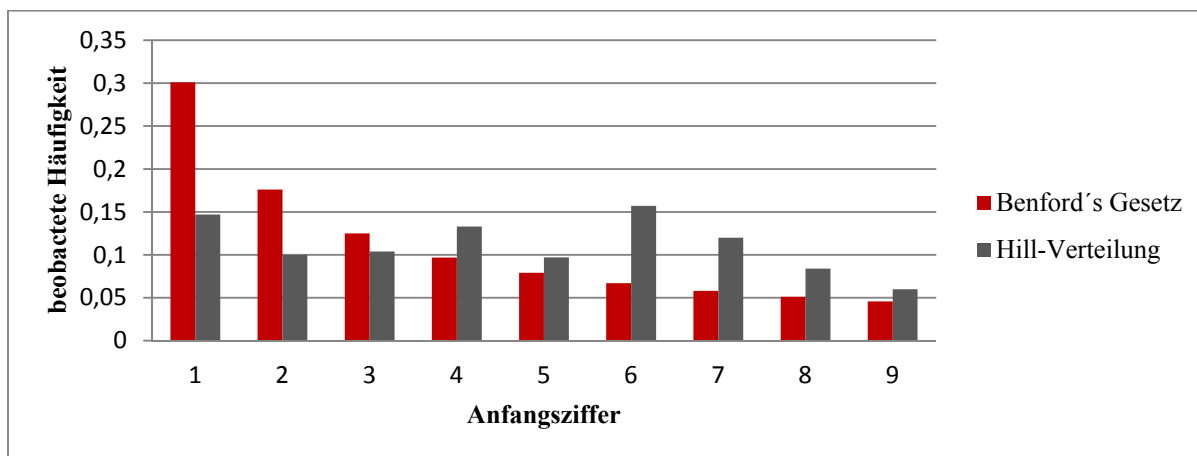


ABBILDUNG 3 BENFORD- UND HILL-VERTEILUNG

(Quelle: Kempf, Dieter / Fischer, Andreas, Digitale Datenanalyse-ein adäquates Mittel zur Aufdeckung von Unregelmäßigkeiten in der Rechnungslegung, <http://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/wirtschaftschemie/forschung/publikationen/aufsatzkempffischer.pdf> (Zugriff am 20.August 2010), S. 14)

Die Abbildung 3 zeigt, dass Menschen augenscheinlich eine Vorliebe für die Ziffern in der Mitte haben, da diese bei bewusst manipulierten Zahlen häufiger als führende Ziffer gewählt werden als bei natürlich entstandenen Zahlen. Bietet sich dem Prüfer ein solches Bild, sollte er die entscheidenden Stellen einer genaueren Prüfung unterziehen.¹⁰¹

3.3 CHI-QUADRAT-ANPASSUNGSTEST

3.3.1 Allgemeines

Um statistisch bewerten zu können, ob die Abweichung einer beobachteten von einer theoretisch erwarteten Verteilung zufällig ist oder auf einer besonderen Ursache beruht, wird in der Ziffernanalyse üblicherweise der Chi-Quadrat-Anpassungstest eingesetzt.

¹⁰⁰ Vgl. Kempf, Dieter / Fischer, Andreas, Digitale Datenanalyse-ein adäquates Mittel zur Aufdeckung von Unregelmäßigkeiten in der Rechnungslegung, <http://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/wirtschaftschemie/forschung/publikationen/aufsatzkempffischer.pdf> (Zugriff am 20.August 2010), S. 14.

¹⁰¹ Vgl. Kempf, Dieter / Fischer, Andreas, Digitale Datenanalyse-ein adäquates Mittel zur Aufdeckung von Unregelmäßigkeiten in der Rechnungslegung, <http://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/wirtschaftschemie/forschung/publikationen/aufsatzkempffischer.pdf> (Zugriff am 20.August 2010), S. 14.

Weitere Verfahren sind z. B. der Kolomogorov-Smirnov-Test¹⁰² und das speziell zur Überprüfung der Benford-Verteilung entwickelte Distortion-Factor-Model.¹⁰³ Von der deutschen Rechtsprechung ist bislang jedoch lediglich der Chi-Quadrat-Anpassungstest angewendet worden, so dass nur dieses Verfahren näher erläutert werden soll.

Mit dem Chi-Quadrat-Anpassungstest kann grundsätzlich jede beliebige Verteilung ausgewertet werden.¹⁰⁴ Da aber die Rechtsprechung diesen Test lediglich zur Überprüfung der hinteren Stellen einer Zahl auf Gleichverteilung angewendet hat, soll sich im Folgenden auf diesen Aspekt des Tests beschränkt werden.¹⁰⁵

Mit dem Chi-Quadrat-Anpassungstest werden im Allgemeinen Hypothesen überprüft, die folgender Form genügen: „Die empirisch beobachtete Verteilung der Daten folgt einer bestimmten theoretischen Verteilung“ (Nullhypothese). Dabei ist es möglich, dass zwischen der beobachteten und der theoretischen Verteilung Abweichungen auftreten.¹⁰⁶ Wie groß diese Abweichungen sein müssen, um mit ausreichender Genauigkeit von einer Manipulation der Daten ausgehen zu können, wird im Weiteren zu klären sein. Je größer der untersuchte Datensatz dabei ist, desto genauer können Aussagen über auftretende Abweichungen getroffen werden.

Diese statistische Methode wird schon viele Jahren u.a. in der Messtechnik verwendet, um systematisch bedingte Messfehler aufzudecken. Sie eignet sich allerdings auch zur Aufdeckung von Manipulationen in den Angaben eines Steuerpflichtigen zu seinen Betriebseinnahmen.¹⁰⁷

Mit der Prüfsoftware IDEA lässt sich der Chi-Quadrat-Anpassungstest für die hinteren Stellen leicht durchführen. Anwendung findet dieses Verfahren nach Angabe der Finanzverwaltung besonders bei Betrieben mit hohen Bareinnahmen, wie dies in der Gastronomie der Fall ist.

Da der Chi-Quadrat-Anpassungstest in IDEA nur in dieser Form Anwendung findet, wird oft fälschlicherweise davon ausgegangen, dass der Chi-Quadrat-Anpassungstest nur die hinteren

¹⁰² Vgl. Posch, Peter N. : Ziffernanalyse in Theorie und Praxis, Testverfahren zur Fälschungsaufspürung mit Benfords Gesetz, Aachen 2005, S. 25.

¹⁰³ Vgl. Nigrini, Mark J., Taxpayer compliance application of Benford's Law, in: Journal of the American Taxation Association, Vol. 18, No. 1, 1996, S. 72-91.

¹⁰⁴ Vgl. Sosna, Christian, Statistische Ziffernanalyse – Teil I -, in: StBp 09/2004, S. 252.

¹⁰⁵ Siehe dafür Kapitel 4 „Rechtsprechung“.

¹⁰⁶ Vgl. Trede, Mark / Watrin, Christoph/Ullmann / Robert, Ziffernanalyse und Chi-Quadrat-Anpassungstest in der steuerlichen Anwendung, in: DBW 69/2009, S. 708.

¹⁰⁷ Vgl. Blenkers, Michael / Becker, Axel, Der Chi-Quadrat-Test oder „Jeder Mensch hat seine Lieblingsziffern“, <http://www.audicon.net/downloads/artikel/Chi-Quadrat-Test.pdf>, (Zugriff am 06.Juli 2010), S. 2.

Ziffern überprüft, dieser Test kann aber wie bereits erwähnt auf jede beliebige Verteilung angewendet werden.¹⁰⁸

3.3.2 VORAUSSETZUNGEN

Um den Chi-Quadrat-Anpassungstest korrekt durchführen zu können, müssen die untersuchten Daten unabhängig voneinander sein.¹⁰⁹ Abhängigkeiten umfassen dabei besonders Wiederholungen von Zahlen im untersuchten Datenmaterial, wie sie bei regelmäßigen Fahrten in einem Fahrtenbuch oder im Rahmen von doppelten Buchführungen auftreten können. Diese führen zu einer künstlichen Vermehrung des Stichprobenumfangs und können so die Aussagekraft des Chi-Quadrat-Anpassungstests verzerren.¹¹⁰

Eine weitere Voraussetzung ist, dass die Daten zufällig entstanden sein müssen. Bei Tageskasseneinnahmen ist dies z.B. der Fall, da im Tagesverlauf Waren mit unterschiedlichen Preisen verkauft werden, so dass täglich variierende Daten entstehen. Nach Meinung einiger Autoren ist die sog. psychologische Preisgestaltung, bei der die meisten Preise auf „9“ enden, nicht geeignet, aber gerade an diesen Preisen entsteht über schwankende Verkaufszahlen ein zufälliges Ergebnis. Wenn allerdings die Preise in einem Unternehmen ausschließlich auf „0“ oder „5“ enden, kann eine Gleichverteilung der letzten Ziffer ausgeschlossen werden, da diese auch nur noch auf „0“ oder „5“ enden kann. Weniger gut geeignet sind außerdem Daten, die nach wiederkehrenden Mustern entstanden sind, wie dies bei Fahrtenbüchern sein kann. Diese Daten folgen oft nicht ausschließlich dem Zufall, wie aber später noch genauer erläutert wird.¹¹¹

Hinzu kommt, dass die untersuchte Datenmenge ausreichend groß sein muss. Nach einer gängigen Faustformel wird davon ausgegangen, dass in jeder Merkmalsklasse mindestens fünf Beobachtungen auftreten sollen. Wird auf Gleichverteilung geprüft, müssen mindestens 50 Daten untersucht werden.

¹⁰⁸ Vgl. Trede, Mark / Watrin, Christoph / Ullmann, Robert, Ziffernanalyse und Chi-Quadrat-Anpassungstest in der steuerlichen Anwendung, in: DBW 69/2009, S. 706-707.

¹⁰⁹ Vgl. Siegel, Sidney, Nichtparametrische statistische Methoden, 5. Aufl., Eschborn bei Frankfurt am Main 2001, S. 43.

¹¹⁰ Vgl. Trede, Mark / Watrin, Christoph / Ullmann, Robert, Ziffernanalyse und Chi-Quadrat-Anpassungstest in der steuerlichen Anwendung, in: DBW 69/2009, S. 708.

¹¹¹ Vgl. Wähnert, Andreas, Anwendbarkeit, Aussagekraft und Grenzen stochastischer Manipulationstests, in: StBp 11/2008, S. 314.

3.3.3 DURCHFÜHRUNG

In einem ersten Schritt ist auszuzählen, wie oft die Ziffern „0“ bis „9“¹¹² in der untersuchten Datenmenge vorhanden sind. Dabei wird für jede zu untersuchende Stelle einer Zahl eine eigene Auszählung vorgenommen.

Danach ist festzulegen, mit welcher theoretischen Häufigkeit die einzelnen Ziffern erwartet werden, sofern sie nicht manipuliert sind.¹¹³

Anschließend kann mit Hilfe folgender Formel der Wert der Prüfgröße berechnet werden:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^v \frac{(B_i - E_i)^2}{E_i}$$

Mit:

χ^2 = Prüfgröße

B_i = beobachtete absolute Häufigkeit

E_i = theoretisch erwartete absolute Häufigkeit

v = Anzahl der Merkmalsklassen

i = Laufparameter für Merkmalsklassen

Die Differenzen zwischen beobachteter und theoretisch erwarteter Häufigkeit jeder einzelnen Zahl werden quadriert, um zu verhindern, dass sich die positiven und negativen Abweichungen gegenseitig aufheben.¹¹⁴ Die quadrierten Abweichungen werden dann durch die theoretisch erwartete Häufigkeit geteilt, und es ergibt sich der Chi-Quadrat-Wert.¹¹⁵

Je größer der Abstand zwischen beobachteter und theoretisch erwarteter Häufigkeit ist, desto größer ist auch der χ^2 -Wert. Sollten die beiden Häufigkeiten gleich groß sein, so ergibt sich ein χ^2 -Wert von 0.¹¹⁶

¹¹² Ausgegangen wird noch immer von einer Gleichverteilung. Bei der Überprüfung der ersten Ziffer mit angenommener Benford-Verteilung sind lediglich die Zahlen „1“ bis „9“ auszuwerten.

¹¹³ Benford- oder Gleichverteilung.

¹¹⁴ Vgl. Trede, Mark / Watrin, Christoph / Ullmann, Robert, Ziffernanalyse und Chi-Quadrat-Anpassungstest in der steuerlichen Anwendung, in: DBW 69/2009, S. 704-705.

¹¹⁵ Vgl. Wähnert, Andreas, Die Anwendung von Wahrscheinlichkeitstests in der Außenprüfung und die richtige Interpretation der Ergebnisse, in: StBp 03/2007, S. 67.

¹¹⁶ Vgl. Watrin, Christoph / Ullmann, Robert, Ziffernanalyse in der steuerlichen Betriebsprüfung: Voraussetzungen, Funktionsweise, Anwendungsmöglichkeiten, in: WPg 02/2009, S. 101-102.

3.3.4 AUSWERTUNG

Der χ^2 -Wert lässt zwar erkennen, dass Abweichungen vorliegen, die Bedeutung dieser Abweichungen ist in einem weiteren Schritt zu klären.¹¹⁷

Grundsätzlich gilt, je größer der χ^2 -Wert, desto wahrscheinlicher sind Abweichungen aufgrund einer besonderen Ursache.

Dazu ist der kritische Wert zu bestimmen, der sowohl von der Anzahl der Freiheitsgrade¹¹⁸ n als auch von der Irrtumswahrscheinlichkeit α abhängt.¹¹⁹ Diese gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der die Nullhypothese abgelehnt wird, obgleich diese korrekt ist.

Die Irrtumswahrscheinlichkeit sollte möglichst klein gewählt werden, um zuverlässige Aussagen über die Signifikanz des Ergebnisses treffen können. Üblicherweise wird sie mit $\alpha = 0,05$ angegeben.

Tabelle 2 zeigt die kritischen Werte für die jeweiligen Freiheitsgrade n ($= v - 1$) bei unterschiedlichen Irrtumswahrscheinlichkeiten α .¹²⁰

		$(1 - \alpha)$						
		0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,99	0,999
n	8	2,733	3,490	13,362	15,507	17,535	20,090	26,121
	9	3,325	4,168	14,684	16,919	19,023	21,666	27,877
	10	3,940	4,865	13,987	18,307	20,483	23,209	29,588
	11	4,575	5,578	17,275	19,675	21,920	24,725	31,264

TABELLE 2 CHI-QUADRAT-VERTEILUNG UNTER ANGABE DER FREIHEITSGRADE UND DER IRRTUMSWAHRSCHEINLICHKEITEN

(Quelle: Büning, Herbert / Trenkler, Götz, Nichtparametrische statistische Methoden, 2. Aufl., Berlin 1994, S. 373)

¹¹⁷ Vgl. Blenkers, Michael / Becker, Axel, Der Chi-Quadrat-Test oder „Jeder Mensch hat seine Lieblingsziffern“, <http://www.audicon.net/downloads/artikel/Chi-Quadrat-Test.pdf>, (Zugriff am 06. Juli 2010), S. 4.

¹¹⁸ Die Anzahl der Freiheitsgrade n gibt an, wie viele ungebundene Klassen einer Verteilung es gibt. Eine Klasse ist dabei stets gebunden. Bei der Gleichverteilung der hinteren Stellen gibt es 10 Ausprägungsmöglichkeiten mit den Werten von „0“ bis „9“ abzüglich einer gebundenen Klasse $n = 1 - v$, also 9 Freiheitsgrade. (vgl. Wähnert, Andreas, Anwendbarkeit, Aussagekraft und Grenzen stochastischer Manipulationstests, in: StBp 11/2008, S. 313).

¹¹⁹ Vgl. Trede, Mark / Watrin, Christoph/Ullmann, Robert, Ziffernanalyse und Chi-Quadrat-Anpassungstest in der steuerlichen Anwendung, in: DBW 69/2009, S. 705.

¹²⁰ Vgl. Watrin, Christoph / Struffert, Ralf, Benford's Law und Chi-Quadrat-Test – Chancen und Risiken des Einsatzes bei steuerlichen Prüfungen, Zugleich Anmerkungen zum Urteil des FG Münster vom 7.12.2005 – 1K 6384/03 E, in: Der Betrieb 33/2006, S. 1.748.

Aus der Tabelle 2 lässt sich für die Untersuchung der Ziffern von „0“ bis „9“ (also 9 Freiheitsgrade) und einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,05 ein kritischer Wert von 16,919 ablesen. Wenn also das Ergebnis eines Chi-Quadrat-Anpassungstests einen höheren Wert anzeigt, ist der kritische Wert überschritten, und es ist mit einer Wahrscheinlichkeit von über 95 % davon auszugehen, dass eine Manipulation der Daten vorliegt.

In der Literatur wird erst bei einem kritischen Wert von 30 davon ausgegangen, dass die Nullhypothese abzulehnen ist.¹²¹ Ein solch hoher kritischer Wert lässt sich aus dieser Tabelle schon gar nicht mehr ablesen, eine Kalkulation mit Excel liefert aber das Ergebnis, dass die Irrtumswahrscheinlichkeit in diesem Fall nur 0,0043872 beträgt, d. h. in weniger als 5 von 1.000 Fällen sind die beobachteten Werte zufällig entstanden.¹²²

Aus der folgenden Tabelle lassen sich für die ermittelten Chi-Quadrat-Werte die prozentualen Wahrscheinlichkeiten für eine zufällige und eine besondere Ursache ablesen.

X ² -Wert	"zufällig"	"besondere Ursache"
18	3,5%	96,5%
20	1,8%	98,2%
22	0,9%	99,1%
26	0,2%	99,8%
30	fast 0%	fast 100%

TABELLE 3 WAHRSCHEINLICHKEITEN FÜR EINE ZUFÄLLIGE UND BESONDERE URSACHE DES χ^2 -WERTES

(Quelle: Blenkers, Michael/ Becker, Axel, Der Chi-Quadrat-Test oder „Jeder Mensch hat seine Lieblingsziffern“, <http://www.audicon.net/downloads/artikel/Chi-Quadrat-Test.pdf>, (Zugriff am 06.Juli 2010), S. 4.)

Liegt der Chi-Quadrat-Wert zwischen 21 und 30, kann mit hoher Wahrscheinlichkeit von einer systematischen Abweichung ausgegangen werden.¹²³ Überschreitet der Chi-Quadrat-Wert den kritischen Wert von 30, kann demnach vermutet werden, dass die untersuchten Daten fehlerhaft sind, sei es unbeabsichtigt oder absichtlich manipuliert.

¹²¹ Vgl. Blenkers, Michael, Chi-Test – oder „Jeder Mensch hat seine Lieblingszahl“, in: StBp 09/2003, S. 263 und van Meegen, Hubert, Neue Methoden der Außenprüfung, in: StBg 10/2003, S. 489.

¹²² Vgl. Gebbers, Harald, Analyse der Rechtsprechung zum Chi-Quadrat-Test in der Außenprüfung - Anwendung zur Prüfung von Erlösen und Fahrtenbüchern, -Teil I -, in: StBp 10/2008, S. 212.

¹²³ Vgl. Blenkers, Michael / Becker, Axel, Der Chi-Quadrat-Test oder „Jeder Mensch hat seine Lieblingsziffern“, <http://www.audicon.net/downloads/artikel/Chi-Quadrat-Test.pdf> (Zugriff am 06.Juli 2010), S. 4.

Aber auch hier gilt, dass dieser Test keine belastbaren Beweise für das Vorliegen von Manipulationen liefern kann. Bei einem auffälligen Chi-Quadrat-Wert müssen die Unterlagen noch genauer durch den steuerlichen Betriebsprüfer untersucht werden.¹²⁴

4. RECHTSPRECHUNG

Grundsätzlich ist bereits 1989 vom Bundesgerichtshof die Anwendung mathematisch-statistischer Verfahren als Grundlage für Schätzungen zugelassen worden.¹²⁵

In Deutschland ist in der Rechtsprechung bislang lediglich der Chi-Quadrat-Test berücksichtigt worden.¹²⁶ So hat insbesondere das FG Münster im Jahr 2002 entschieden, dass der Chi-Quadrat-Test grundsätzlich zur Schätzung von Besteuerungsgrundlagen heranzuziehen ist, wenn auch andere Indizien die Ordnungsmäßigkeit der Kassenaufzeichnungen als zweifelhaft erscheinen lassen.¹²⁷ Im folgenden Jahr machte das FG Münster deutlich, dass der Chi-Quadrat-Test keinesfalls als Beweismittel im juristischen Sinne zu sehen ist und somit auch nur in Verbindung mit anderen Indizien die Ordnungsmäßigkeit einer Buchführung verwerfen kann.¹²⁸ Im selben Jahr beschloss das FG Münster, dass der Verdacht für eine Manipulation der Kassenbücher durch einen Chi-Quadrat-Test erhärtet werden kann. Dies gilt insbesondere dann, wenn keine Originalbelege mehr zur Prüfung vorgelegt werden können.¹²⁹

Am 13.04.2004 beschloss das FG Düsseldorf, dass der Chi-Quadrat-Test allein nicht ausreicht, um den Verdacht der Einnahmemanipulation zu stützen, und beruft sich damit auf den zuvor genannten Beschluss des FG Münster vom 14.08.2003.¹³⁰

Auf den Beschluss des FG Münster vom 19.08.2004 soll an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden, da der Chi-Quadrat-Test in diesem Fall zwar von der Betriebsprüfung durchgeführt wurde, dieser aber bei der Entscheidungsfindung unberücksichtigt blieb.¹³¹

¹²⁴ Vgl. Trede, Mark / Watrin, Christoph / Ullmann, Robert, Ziffernanalyse und Chi-Quadrat-Anpassungstest in der steuerlichen Anwendung, in: DBW 69/2009, S. 704-705.

¹²⁵ Vgl. BGH, Urteil vom 14. Dezember 1989 – 4 Str 419/89, in: NJW 1990, S. 1.551.

¹²⁶ Für eine ausführliche Darstellung vgl. Gebbers, Harald, Analyse der Rechtsprechung zum Chi-Quadrat-Test in der Außenprüfung - Anwendung zur Prüfung von Erlösen und Fahrtenbüchern, -Teil I -, in: StBp 10/2008, S. 214, -Teil II-, in: StBp 10/2008, S. 295.

¹²⁷ Vgl. FG Münster, Beschluss vom 05.12.2002- 8V 5774/02 E. G. U.

¹²⁸ Vgl. FG Münster, Urteil vom 14.08.2003- 8V 2651/03 E, U, EFG 2004, 9.

¹²⁹ Vgl. FG Münster, Beschluss vom 10.11.2003- 6V 4562/03 E, U., EFG 2004, 236.

¹³⁰ Vgl. FG Düsseldorf, Beschluss vom 13.04.2004- 11 V 632/04 A(U), HaufeIndex 2004447.

¹³¹ Vgl. FG Münster, Beschluss vom 19.08.2004, 8V 3055/04 G.

Am 07.12.2005 urteilte das FG Münster über die Anwendung des Chi-Quadrat-Tests zur Überprüfung von Kilometerständen in Fahrtenbüchern, dass dieses Verfahren die durch zahlreiche weitere Indizien belegbare Manipulation der Aufzeichnungen zusätzlich stützt.¹³² Aber gerade in diesem Fall scheint nach Ansicht einiger Autoren der Einsatz des Chi-Quadrat-Tests als statistische Methode nicht optimal.¹³³ Da bei dem Chi-Quadrat-Test die hinteren Stellen auf Gleichverteilung überprüft werden, sollte hinterfragt werden, ob nicht bei der Analyse von Fahrtenbüchern eher eine Überprüfung auf Benford-Verteilung der ersten Ziffern angewendet werden sollte, da es sich bei den meisten Fahrten doch um Strecken mit weniger als 1000 km handeln dürfte. Da eine Gleichverteilung der Ziffern erst ab der vierten Stelle angenommen werden kann und bei Fahrten unter 1000 km lediglich zwei- bis dreistellige Zahlen auftreten, kann kaum von einer Gleichverteilung der hinteren Stellen ausgegangen werden. Gebbers führt hierzu eine nicht repräsentative aber doch aufschlussreiche Untersuchung durch, indem er die Fahrtenbücher von zwei Dienstwagen seiner Behörde sowohl mit dem Chi-Quadrat-Test wie auch mit der Benford-Verteilung überprüft und zu dem Ergebnis kommt, dass die Benford-Verteilung treffendere Aussagen über die Verteilung der gefahrenen Strecken zulässt als die Gleichverteilung.¹³⁴

In seinem Beschluss vom 03.06.2008 sah das FG Düsseldorf kein Erfordernis darin, den Chi-Quadrat-Test zur Rechtfertigung der Schätzung heranzuziehen, da das Ergebnis des Tests nur eines von vielen Indizien war, die auf eine Manipulation der ausgewerteten Daten hindeuteten.¹³⁵

Das FG Hamburg hat im Fall eines Restaurants den Chi-Quadrat-Test zugelassen, um die Fehlerhaftigkeit der Buchführung zusätzlich zu belegen.¹³⁶

Sollte es zu einem gerichtlichen Verfahren kommen, ist dem steuerlichen Betriebsprüfer in jedem Fall zu empfehlen, den Verdacht auf Manipulation nicht allein auf das Ergebnis eines

¹³² Vgl. FG Münster, Urteil vom 07.12.2005, 1K 6384/03 E, EFG 2006, 652.

¹³³ Vgl. Watrin, Christoph / Struffert, Ralf, Benford's Law und Chi-Quadrat-Test – Chancen und Risiken des Einsatzes bei steuerlichen Prüfungen, Zugleich Anmerkungen zum Urteil des FG Münster vom 7.12.2005 – 1K 6384/03 E, in: Der Betrieb 33/2006, S. 1.750 und Gebbers, Harald, Analyse der Rechtsprechung zum Chi-Quadrat-Test in der Außenprüfung - Anwendung zur Prüfung von Erlösen und Fahrtenbüchern, -Teil I -, in: StBp 10/2008, S. 214, -Teil II-, in: StBp 10/2008, S. 295.

¹³⁴ Vgl. Gebbers, Harald, Analyse der Rechtsprechung zum Chi-Quadrat-Test in der Außenprüfung - Anwendung zur Prüfung von Erlösen und Fahrtenbüchern, -Teil II-, in: StBp 10/2008, S. 295.

¹³⁵ Vgl. FG Düsseldorf, Beschluss vom 03.06.2008, 14 V 1214/08 A (E).

¹³⁶ Vgl. FG Hamburg, Urteil vom 24.06.2005, I 153/04, HaufeIndex 1413788.

Chi-Quadrat-Tests zu stützen, sondern immer auch eine traditionelle Überprüfung als Begründung heranzuziehen („zweites Standbein“).¹³⁷

5. GRENZEN

Die Überprüfung von Daten mit Hilfe von Wahrscheinlichkeitstests wird immer zu Abweichungen von der angenommenen Verteilung führen. Sollten keine Abweichungen auftreten, ist dem Prüfer zu raten, die Daten nochmals genauer zu untersuchen, denn eine vollkommene Übereinstimmung ist statistisch sehr unrealistisch und lässt auf eine Fälschung des Datensatzes hindeuten. Ein Datensatz kann dabei sowohl als manipuliert erscheinen, obwohl keine Beeinflussung vorliegt, als auch als unmanipuliert angesehen werden, obwohl die Daten gefälscht wurden.¹³⁸

Zu klären ist die Frage, ob die unterstellten Ziffernhäufigkeiten wirklich Gültigkeit besitzen. Denn nur dann können die durch den Einsatz mathematisch-statistischer Methoden aufgezeigten Abweichungen eindeutige Hinweise auf das Vorliegen von Manipulationen der Daten geben und diese Methoden somit als wirksames Instrument der Finanzverwaltung akzeptiert werden.¹³⁹

Dabei ist zunächst zwischen der Untersuchung der vorderen und der hinteren Ziffern zu unterscheiden. Bei der Untersuchung der ersten Ziffer ergibt sich regelmäßig das Problem, dass nicht genügend Elemente zur Untersuchung vorhanden sind.¹⁴⁰ Die Prüfung dieser Stelle wäre aber sinnvoll, da sich an dieser Stelle Manipulationen der für die Finanzverwaltung interessanten großen Beträge abzeichnen.¹⁴¹ Erfolgversprechender soll die Prüfung der Zweitziffer sein. Eine Studie¹⁴² untersuchte, ob sich Benford's Gesetz zur Aufdeckung von Manipulation eignet. Sie zeigt, dass gefälschte Daten durchaus Benford's Gesetz entsprechen können und

¹³⁷ Vgl. Gebbers, Harald, Analyse der Rechtsprechung zum Chi-Quadrat-Test in der Außenprüfung - Anwendung zur Prüfung von Erlösen und Fahrtenbüchern, -Teil I -, in: StBp 10/2008, S. 214.

¹³⁸ Vgl. Hungerbühler, Norbert, Benfords Gesetz über führende Ziffern. Wie die Mathematik Steuersündern das Fürchten lehrt, Fribourg 2007, http://www.educ.ethz.ch/unt/um/mathe/ana/benford/Benford_Fuehrende_Ziffern.pdf (Zugriff am 25.Juli 2010), S. 11.

¹³⁹ Vgl. Quick, Reiner / Wolz, Matthias, Benford's Law in deutschen Rechnungslegungsdaten, in: BFuP 02/2003, S. 218.

¹⁴⁰ Vgl. Quick, Reiner / Wolz, Matthias, Benford's Law in deutschen Rechnungslegungsdaten, in: BFuP 02/2003, S. 219.

¹⁴¹ Vgl. Wähnert, Andreas, Anwendbarkeit, Aussagekraft und Grenzen stochastischer Manipulationstests, in: StBp 11/2008, S. 316.

¹⁴² Vgl. Diekmann, Andreas, Not the First Digit! Using Benford's Law to Detect Fraudulent Scientific Data, in: Journal of Applied Statistics, Vol. 34, No. 3, 2007, S. 321-329.

kam zu dem Schluss, dass die Prüfung der Zweitziffer besonders erfolgversprechend ist, denn in der Zusammensetzung dieser Ziffer lassen sich Eingriffe in Risikodaten bereits gut ablesen.¹⁴³

Bei der Untersuchung der hinteren Stellen auf Gleichverteilung können nur Manipulationen aufgedeckt werden, die an dieser Stelle entstanden sind. Da die Beeinflussung dieser Stellen allerdings nur einen wertmäßig geringen Einfluss auf das Gesamtergebnis hat, kann hier auch nur ein geringer Anteil möglicher Manipulation aufgedeckt werden.¹⁴⁴

Aber selbst wenn Unregelmäßigkeiten aufgezeigt werden, ist nicht direkt ersichtlich, worin die Ursache liegt. Um Benford's Gesetz als universelles Prüfungsinstrument zu nutzen, wäre diese Information jedoch wichtig. Eine Prüfung mit diesem Verfahren eignet sich daher eher als erster Schritt einer Reihe von weiteren Analysemethoden, die schon seit längerem von der Finanzverwaltung eingesetzt werden.¹⁴⁵ Untersuchungen über die Wahrscheinlichkeit, mit der durch Benford's Gesetz Manipulationen aufgedeckt werden, haben gezeigt, dass die Fälschung von nur wenigen Stellen, auch wenn die Manipulation noch so massiv ist, nur selten entdeckt werden kann.¹⁴⁶ Eine Manipulation von 10 % der Daten kann durchschnittlich nur in 68 % der Fälle erkannt werden; diese Erkenntnisrate steigt aber mit zunehmendem Manipulationsumfang. Je geringer also der Manipulationsumfang ist, desto unwahrscheinlicher ist dessen Aufdeckung.¹⁴⁷

Kritisch zu beurteilen ist auch die mathematische Eigenschaft der Skaleninvarianz. Da die Multiplikation eines Datensatzes, der Benford's Gesetz folgt, wieder einen Datensatz ergibt, der Benford's Gesetz folgt, können folglich Veränderungen durch die Multiplikation des kompletten Datensatzes mit einer beliebigen Konstante nicht aufgedeckt werden. Nicht auszuschließen ist auch die Vermutung, dass Personen, die Daten manipulieren, ganz intuitiv Benford's Gesetz anwenden. Falls dies so sein sollte, wäre eine Überprüfung auf Übereinstim-

¹⁴³ Vgl. Wähnert, Andreas, Anwendbarkeit, Aussagekraft und Grenzen stochastischer Manipulationstests, in: StBp 11/2008, S. 316.

¹⁴⁴ Vgl. Wähnert, Andreas, Anwendbarkeit, Aussagekraft und Grenzen stochastischer Manipulationstests, in: StBp 11/2008, S. 315.

¹⁴⁵ Vgl. Quick, Reiner / Wolz, Matthias, Benford's Law in deutschen Rechnungslegungsdaten, in: BFuP 02/2003, S. 221.

¹⁴⁶ Vgl. Quick, Reiner / Wolz, Matthias, Benford's Law in deutschen Rechnungslegungsdaten, in: BFuP 02/2003, S. 219.

¹⁴⁷ Vgl. Odenthal, Roger, Digitale Ziffernanalyse: Ein wirkungsvoller Beitrag zur computergestützten Deliktrevision?, in: WPg 16/1999, S. 632.

mung mit Benford's Gesetz sinnlos.¹⁴⁸ Jedoch haben Studien gezeigt, dass von Menschen beeinflusste Daten eher einer anderen Verteilung folgen.¹⁴⁹

Gefundene Auffälligkeiten sollten in jedem Fall von einem erfahrenen Prüfer kontrolliert werden. Oft wird sich dabei zeigen, dass nicht unbedingt eine Manipulation der Daten vorliegt. Der Prüfer muss über umfangreiche Kenntnisse über das Unternehmen verfügen und mit den Vorschriften und Abläufen der Prüfung vertraut sein.¹⁵⁰ Sollten diese Anforderungen an den Prüfer nicht gegeben sein, soll vor einem allzu leichtfertigen Umgang mit diesen Verfahren gewarnt sein, denn es besteht die Gefahr, dass die Ergebnisse falsch ausgelegt werden.¹⁵¹

6. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Zur Beurteilung, ob beobachtete Daten mit der für sie theoretisch erwarteten Verteilung auftreten, hat sich der Einsatz mathematisch-statistischer Verfahren als durchaus vielversprechend erwiesen. Zur Überprüfung von Datensätzen gibt es grundsätzlich zwei Möglichkeiten. Zum einen lassen sich die vorderen Ziffern auf Ungleichverteilung bzw. Benford's Gesetz prüfen, zum anderen kann für die hinteren Ziffern ab der vierten Stelle von einer Gleichverteilung ausgegangen werden. Beide Verfahren entsprechen aber Benford's Gesetz, da auch im Rahmen der Benford-Verteilung von einer Gleichverteilung der hinteren Stellen ausgegangen wird. Grundsätzlich lassen sich so Datensätze auf ihre natürliche Entstehung hin überprüfen. Je stärker die Daten von der für sie vorgesehenen Häufigkeitsverteilung abweichen, desto eher ist von einer Manipulation der Daten auszugehen. Art und Umfang der Manipulation lassen sich daraus allerdings nicht erkennen. Auch eine Aufdeckung geplanter Steuerhinterziehungen durch langfristige Manipulationen der Dokumente ist kaum möglich. Bei Auffälligkeiten im Datensatz muss in jedem Fall eine manuelle Überprüfung durch einen Betriebsprüfer erfolgen. Dieser kann dann Aussagen darüber treffen, ob Abweichungen zufällig entstanden sind oder eine besondere Ursache aufweisen. Der Einsatz dieser Verfahren ist daher nur als eine Vorstufe zu sehen, der weitere Prüfungshandlungen folgen müssen.

¹⁴⁸ Vgl. Quick, Reiner / Wolz, Matthias, Benford's Law in deutschen Rechnungslegungsdaten, in: BFuP 02/2003, S. 219.

¹⁴⁹ Vgl. Hill, Theodore P., Random-Number Guessing and the First Digit Phenomenon, in: Psychological Reports, Vol. 62, 1988, S. 967-971.

¹⁵⁰ Vgl. Odenthal, Roger, Prüfsoftware im Einsatz, Handbuch für die praktische Analyse von Unternehmensdaten, Nürnberg 2006, S. 154.

¹⁵¹ Vgl. Kempf, Dieter / Fischer, Andreas, Digitale Datenanalyse-ein adäquates Mittel zur Aufdeckung von Unregelmäßigkeiten in der Rechnungslegung, <http://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/wirtschaftschemie/forschung/publikationen/aufsatzkempffischer.pdf> (Zugriff am 20. August 2010), S. 16.

Der mehrfache Einsatz der Ziffernanalyse im Rahmen von gerichtlichen Auseinandersetzungen hat gezeigt, dass Auffälligkeiten im Datenmaterial sehr wohl als Indiz für Manipulationen herangezogen werden können, aber ihnen keine Beweiskraft im juristischen Sinne zugestanden werden kann. Dennoch können gefundene Auffälligkeiten Anlass etwa zur Schätzung nach § 162 AO bieten.

Die Überprüfung der hinteren Stellen zeigt hauptsächlich Rundungsfehler. Es lässt sich aber nicht zeigen, ob diese Fehler bewusst oder unbewusst entstanden sind. Aufschlussreicher ist diesbezüglich die Überprüfung der vorderen Ziffern. In diesem Fall lassen sich steuerlich relevante erhebliche Eingriffe wie Duplikationen oder die Erfindung von Zahlen in den Daten eines Unternehmens zielgerichteter aufdecken.

Um annähernd sichere Aussagen über auftretende Abweichungen treffen zu können, müssen sämtliche Voraussetzungen der Verfahren erfüllt sein. Ist dies nicht der Fall, so sind die gefundenen Ergebnisse mit Vorsicht zu interpretieren.

Der Einsatz mathematisch-statistischer Methoden bietet der Finanzverwaltung ein Instrument zur einfachen und schnellen Überprüfung großer Datenmengen. Eine Verkürzung der Prüfungsdauer kann dadurch aber nicht erzielt werden, weil gefundene Auffälligkeiten eine manuelle Prüfung eines erfahrenen Betriebsprüfers erfordern.

Zusammenfassend wird der Einsatz mathematisch-statistischer Verfahren in der steuerlichen Betriebsprüfung immer weiter zunehmen. Besonders durch die neu geschaffenen Möglichkeiten des digitalen Datenzugriffs und die Ausstattung der Betriebsprüfer mit der Prüfsoftware IDEA hat die Finanzverwaltung eine Grundlage geschaffen, auf der weitere Prüfungshandlungen aufbauen können. Zukünftig sollte erforscht werden, ob die angenommenen Verteilungshäufigkeiten tatsächlich Gültigkeit besitzen und wie die Verfahren angepasst werden müssten, um einen praktischen Einsatz im Alltag zu gewährleisten.¹⁵² Auch die Rechtsprechung sollte sich intensiver mit den vorgestellten Verfahren auseinander setzen. Bislang haben lediglich einzelne Gerichte der Anwendung mathematisch-statistischer Verfahren zugestimmt, allgemein gültige Erlasse oder Bestimmungen liegen noch nicht vor.

Im Ergebnis wird die Bedeutung mathematisch-statistischer Methoden in der digitalen Betriebsprüfung in Zukunft erheblich zunehmen. Der Steuerpflichtige sollte die Vorgehensweise und insbesondere die Grenzen der Prüfungsmethoden der Finanzverwaltung genau kennen,

¹⁵² Vgl. Trede, Mark / Watrin, Christoph / Ullmann, Robert, Ziffernanalyse und Chi-Quadrat-Anpassungstest in der steuerlichen Anwendung, in: DBW 69/2009, S. 714.

um im Rahmen von Betriebsprüfungen, Einspruchsverfahren oder Gerichtsverhandlungen entsprechende Gegenargumente zur Stützung seiner Unterlagen vorweisen zu können.

LITERATURVERZEICHNIS

- Arndt, Hans-Wolfgang / Jenzen, Holger**, Grundzüge des Allgemeinen Steuer- und Abgabenrechts, 2. Auflage, München 2005.
- Benford, Frank**, The Law of Anomalous Numbers, in: Proceedings of the American Philosophical Society, Vol. 78, No.4, 1938, S. 551-572.
- Bilsdorfer, Peter**, Die Informationsquellen und -wege der Finanzverwaltung. Auf dem Weg zum „gläsernen“ Steuerbürger, 8. Aufl., Berlin 2009.
- Blenkers, Michael**, Chi-Test – oder „Jeder Mensch hat seine Lieblingszahl“, in: StBp 09/2003, S. 261-264.
- Bleymüller, Josef / Gehlert, Günther / Gülicher, Herbert**, Statistik für Wirtschaftswissenschaftler, 14. Aufl., München 2004.
- Büning, Herbert / Trenkler, Götz**, Nichtparametrische statistische Methoden, 2. Aufl., Berlin 1994.
- Burkhard, Jörg**, Aktuelle Fragen aus der Praxis der Außenprüfung, in: StBp 02/2006, S. 61-62.
- Diaconis, Persi / Freedman, David**, On Rounding Percentages, in: Journal of the American Statistical Association, Vol. 74, 1979, S. 359-364.
- Diekmann, Andreas**, Not the First Digit! Using Benford's Law to Detect Fraudulent Scientific Data, in: Journal of Applied Statistics, Vol. 34, No.3, 2007, S. 321-329.
- Dworschak, Manfred**, Weiter Weg zur Zwei- ein kurioses Gesetz der Wahrscheinlichkeitstheorie kann Finanzbeamten helfen, Steuersünder aufzuspüren, in: Der Spiegel 47/1998, S. 228.
- Eberlein, Ulrich**, Zugriff der Finanzverwaltung auf Daten und Datenverarbeitungssysteme im Rahmen der steuerlichen Außenprüfung, in: DStZ 08/2002, S. 249-252.
- Fischer Weltalmanach 2008**, Zahlen-Daten-Fakten, 49.Aufl., Frankfurt am Main 2007.
- Gebbers, Harald**, Analyse der Rechtsprechung zum Chi-Quadrat-Test in der Außenprüfung - Anwendung zur Prüfung von Erlösen und Fahrtenbüchern, -Teil I -, in: StBp 10/2008, S. 209-214.

- Gebbers, Harald**, Analyse der Rechtsprechung zum Chi-Quadrat-Test in der Außenprüfung - Anwendung zur Prüfung von Erlösen und Fahrtenbüchern, -Teil II-, in: StBp 10/2008, S. 290-296.
- Götzenberger, Anton-Rudolf**, Der gläserne Steuerbürger, 2. Aufl., Herne 2008.
- Groß, Stefan / Georgius, Alexander**, Datenzugriff unter Einsatz von Prüfsoftware, in: Stbg 04/2006, S. 157-160.
- Haas, Peter / Müller, Ulrike**, Steuerstrafrecht und Steuerstraßverfahren, Wiesbaden 2009.
- Hill, Theodore P.**, A statistical derivation of the significant digit law, in: Statistical Science Vol. 10, No. 04, 1995, S. 354-363.
- Hill, Theodore P.**, Base-Invariance Implies Benford's Law, in: Proceedings of the American Mathematical Society, Vol. 123, No. 3, 1995, S. 887-895.
- Hill, Theodore P.**, Random-Number Guessing and the First Digit Phenomenon, in: Psychological Reports, Vol. 62, 1988, S. 967-971.
- Hill, Theodore P.**, The difficulty of Faking Data, in: Chance Vol. 12, No. 3, 1999, S. 27-31.
- Hill, Theodore P.**, The first digit phenomenon, in: American Scientist, 1998, S. 358-363.
- Huber, Erich**, Digitale Ziffernanalyse versus Strukturanalyse und die logische Herleitung von Benford (NBL), - Teil I -, in: StBp 09/2008, S. 241-248.
- Judge, George / Schechter, Laura**, Detecting Problems in Survey Data Using Benford's Law, in: The Journal of Human Resources, Vol. 44, No. 1, S. 1-24.
- Kampffmeyer, Ulrich**, IDEA - der Standard für die Steueraußenprüfung, in: Betriebsprüfung. eDaten-zugriff der Finanzverwaltung, hrsg. von Hentschel, Bernd, 2.Aufl., Frechen 2005, S. 44-49.
- Knabe, Stephan / Mika, Sebastian / Müller, Klaus-Robert / Rätsch, Gunnar / Schruoff, Wienand**, Zur Beurteilung des Fraud-Risikos im Rahmen der Abschlussprüfung, in: WPg 19/2004, S. 1.057-1.068.
- Künstler, Tilo / Seidel, Frank**, Tax Compliance, in: Compliance in der Unternehmerpraxis, hrsg. von Wecker, Gregor / van Laak, Hendrik, 2. Aufl., Wiesbaden 2009.

- Lemons, Don**, On the numbers of things and the distribution of first digits, in: American Journal of Physics, Vol. 54, 1986, S. 816-817.
- Lindgens, Benhard**, Datenzugriff der Finanzverwaltung, in: Digitale Betriebsprüfung. eDatenzugriff der Finanzverwaltung, hrsg. von Hentschel, Bernd, 2.Aufl., Frechen 2005, S. 3-6.
- Lindgens, Bernhard**, Einsatz der bundeseinheitlichen Prüfsoftware und Beschreibungsstandard zur Datenträgerüberlassung, in: Betriebsprüfung. eDatenzugriff der Finanzverwaltung, hrsg. von Hentschel, Bernd, 2.Aufl., Frechen 2005, S. 7-9.
- Lindgens, Bernhard**, Fragen- und Antwortenkatalog zum Datenzugriffsrecht der Finanzverwaltung, in: Betriebsprüfung. eDatenzugriff der Finanzverwaltung, hrsg. von Hentschel, Bernd, 2.Aufl., Frechen 2005, S. 10-15.
- Lißewski, Arne / Suckow, Michael/ Albers, Joachim**, Steuerhinterziehung - was nun? Ermittlungsmethoden. Konsequenzen, München 2010.
- McLoughlin, William I. / Lundy, Silvia A.**, Digit Functions of Integer Sequences, in: The Fibonacci Quarterly, Vol. 22, No. 2, 1984, S. 105-115.
- Mochty, Ludwig**, Die Aufdeckung von Manipulationen im Rechnungswesen – Was leistet das Benford's Law? -, in: WPg 14/2002, S. 725-736.
- Newcomb, Simon**, Note on the Frequency of Use oft the Different Digits in Natural Numbers, in: American Journal of Mathematics, Vol. 4, No. 1, 1881, S. 39-40.
- Nigrini, Mark J. / Mittermaier, Linda J.**, The Use of Benfords Law as an Aid in Analytical Procedures, in: Auditing, A Journal of Practice&Theory, Vol.16, No.2, 1997, S. 52-67.
- Nigrini, Mark J.**, Digital Analysis Using Benford's Law, 2. Aufl., Vancouver 2000.
- Nigrini, Mark J.**, Taxpayer compliance application of Benford's Law, in: Journal of the American Taxation Association, Vol. 18, No. 1, 1996, S. 72-91.
- Odenthal, Roger**, Defraudanten auf der Spur, in: BuW 24/2002, S. 1.019-1.023.
- Odenthal, Roger**, Digitale Ziffernanalyse: Ein wirkungsvoller Beitrag zur computergestützten Deliktrevision?, in: WPg 16/1999, S. 630-635.
- Odenthal, Roger**, Prüfsoftware im Einsatz, Handbuch für die praktische Analyse von Unternehmensdaten, Nürnberg 2006.

- Peetzke, Albert / Staab, Wolfgang**, Beratungsstrategien in der digitalen Prüfung, Köln 2006.
- Pinkham, Roger S.**, On the Distribution of First Significant Digits, in: The Annals of Mathematical Statistics, Vol. 32, No. 4, 1961, S. 1.223-1.230.
- Posch, Peter, N.**, Ziffernanalyse in Theorie und Praxis, Testverfahren zur Fälschungsaufspürung mit Benfords Gesetz, Aachen 2005.
- Quick, Reiner / Wolz, Matthias**, Benford's Law in deutschen Rechnungslegungsdaten, in: BFuP 02/2003, S. 208-224.
- Raimi, R. A.**, The peculiar distribution of first significant digits, in: Scientific American Vol. 221, 1969, S. 118-120.
- Schaumburg, Harald**, Der Datenzugriff und andere Kontrollmöglichkeiten der Finanzverwaltung, in: DStR 20-21/ 2002, S. 829-838.
- Schruff, Wienand**, Neue Ansätze zur Aufdeckung von Gesetzesverstößen der Unternehmensorgane im Rahmen der Jahresabschlussprüfung, in: WPg 05/2005, S. 207-211.
- Schult, Bernd / Vedder, Rainer**, Die digitale Betriebsprüfung, in: Neue Entwicklungen im Rechnungswesen, hrsg. Von Brecht, Ulrich, Wiesbaden 2005, S. 273-288.
- Siegel, Sidney**, Nichtparametrische statistische Methoden, 5. Aufl., Eschborn bei Frankfurt am Main 2001.
- Sosna, Christian**, Statistische Ziffernanalyse – Teil I –, in: StBp 09/2004, S. 249-253.
- Trede, Mark / Watrin, Christoph/ Ullmann, Robert**, Ziffernanalyse und Chi-Quadrat-Anpassungstest in der steuerlichen Anwendung, Probleme bei Verletzung der Unabhängigkeitsannahme und Lösungsvorschläge, in: DBW 69/2009, S. 701-716.
- van Meegen, Hubert**, Neue Methoden der Außenprüfung, in: Stbg 10/2003, S. 488-491.
- Vogelsang, Norbert / Stahl, Robert**, BP-Handbuch. Vor der Betriebsprüfung, In der Betriebsprüfung, Nach der Betriebsprüfung, München 2008, S. 348-387.
- Wähnert, Andreas**, Anwendbarkeit, Aussagekraft und Grenzen stochastischer Manipulationstests, in: StBp 11/2008, S. 312-318.
- Wähnert, Andreas**, Die Anwendung von Wahrscheinlichkeitstests in der Außenprüfung und die richtige Interpretation der Ergebnisse, in: StBp 03/2007, S. 65-70.

Watrin, Christoph / Struffert, Ralf, Benford's Law und Chi-Quadrat-Test – Chancen und Risiken des Einsatzes bei steuerlichen Prüfungen, Zugleich Anmerkungen zum Urteil des FG Münster vom 7.12.2005 – 1K 6384/03 E, in: *Der Betrieb*, 33/2006, S. 1.748-1.750.

Watrin, Christoph / Ullmann, Robert, Ziffernanalyse in der steuerlichen Betriebsprüfung: Voraussetzungen, Funktionsweise, Anwendungsmöglichkeiten, in: *WPg* 02/2009, S. 98-106.

Weaver, Warren, *Lady Luck. The Theory of Probability*, ungekürzte Neufassung 1982, Dover Publications.

Weiss, Stefan / Lichtenau, Petra / Klapproth, Uwe / Lucke, Eva Maria, KMPG, *Wirtschaftskriminalität in Deutschland 2010-Fokus Mittelstand*, o.O., 2010.

VERZEICHNIS DER INTERNETQUELLEN

Blenkers, Michael / Becker, Axel, Der Chi-Quadrat-Test oder „Jeder Mensch hat seine Lieblingsziffern“, <http://www.audicon.net/downloads/artikel/Chi-Quadrat-Test.pdf> (Zugriff am 06.Juli 2010).

Humenberger, Hans, Eine elementarmathematische Begründung des Benford-Gesetzes, <http://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2008%20Band%2041/VortragHumenberger.pdf>, überarbeitete Version des Aufsatzes in: Der Mathematikunterricht 54,1, S. 24-34 (Zugriff am 25. Juli 2010).

Hungerbühler, Norbert, Benfords Gesetz über führende Ziffern. Wie die Mathematik Steuersünden das Fürchten lehrt, Fribourg 2007, http://www.educ.ethz.ch/unt/um/mathe/ana/benford/Benford_Fuehrende_Ziffern.pdf (Zugriff am 25. Juli 2010).

Kempf, Dieter / Fischer, Andreas, Digitale Datenanalyse – ein adäquates Mittel zur Aufdeckung von Unregelmäßigkeiten in der Rechnungslegung, <http://www.unimuenster.de/imperia/md/content/wirtschaftschemie/forschung/publikationen/aufsatzkempf-fischer.pdf> (Zugriff am 20. August 2010).

RECHTSPRECHUNGSVERZEICHNIS

BGH-Urteil vom 14.12.1989 – 4 Str 419/89, NJW 1990, S. 1.551.

BMF-Schreiben vom 16. Juli 2001 - IV D 2 - S 0316 - 136/01.

FG Düsseldorf, Beschluss vom 03.06.2008 - 14 V 1214/08.

FG Düsseldorf, Beschluss vom 13.04.2004 - 11 V 632/04, HaufeIndex 2004447.

FG Hamburg, Urteil vom 24.06.2005, I 153/04, HaufeIndex 1413788.

FG Münster, Beschluss vom 05.12.2002 - 8V 5774/02.

FG Münster, Beschluss vom 10.11.2003 - 6V 4562/03, EFG 2004, 236.

FG Münster, Beschluss vom 19.08.2004 - 8V 3055/04.

FG Münster, Urteil vom 07.12.2005 - 1K 6384/03, EFG 2006, 652.

FG Münster, Urteil vom 14.08.2003 - 8V 2651/03, EFG 2004, 9.



Ilmenauer Schriften zur Betriebswirtschaftslehre

**Institut für Betriebswirtschaftslehre der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften der
Technischen Universität Ilmenau**

www.tu-ilmenau.de/is-www

Herausgeber

Univ.-Prof. Dr. rer. pol. habil. Norbert Bach
Univ.-Prof. Dr. rer. pol. habil. Gernot Brähler
Univ.-Prof. Dr. rer. pol. habil. Gerrit Brösel
Univ.-Prof. Dr. rer. pol. habil. Katja Gelbrich
Jun.-Prof. Dr. rer. pol. David Müller
Univ.-Prof. Dr. rer. pol. habil. Rainer Souren

ISSN 2192-4643

URN [urn:nbn:de:gbv:ilm1-2011200317](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2011200317)

www.tu-ilmenau.de